Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 10 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2 + b^2 = 4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. В треугольнике ABC угол A равен 120°, а угол B равен 40°. Пусть AD – биссектриса угла A, а точка E на стороне AC такова, что CE = BD. Докажите, что AD ⊥ BE.

Задание №3. На координатной плоскости отмечены точки A(0,0), B(1,0), C(4,0), D(5,0), E(−2,5), F(−1,5). Известно, что график квадратного трехчлена $y = f(x)$ пересекает отрезки AB, CD, EF. Докажите, что $f(8) > 5$.

Задание №4. Докажите, что для любых x и y, удовлетворяющих условию $xy + x + y = 1$, выполнено неравенство

$$x^2y^2 + x + y \geq 5xy.$$

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n доминошки вида 1 × 2 так, чтобы они не имели общих точек (доминошки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 доминошку?

Всероссийская олимпиада школьников по предмету

“МАТЕМАТИКА”

Задания муниципального этапа 2021/22 уч.г.

для 10 класса

Дорогие дети!

Просим внимательно прочитать текст задания и если возникнут вопросы по условию задач, то обратиться организатору в аудитории, чтобы Ваш вопрос переадресовали методической комиссии.

Задание №1. Пусть a и b – различные положительные числа. Известно, что $a^2 + b^2 = 4ab$. Найдите $\frac{a+b}{a-b}$. Ответ обоснуйте.

Задание №2. В треугольнике ABC угол A равен 120°, а угол B равен 40°. Пусть AD – биссектриса угла A, а точка E на стороне AC такова, что CE = BD. Докажите, что AD ⊥ BE.

Задание №3. На координатной плоскости отмечены точки A(0,0), B(1,0), C(4,0), D(5,0), E(−2,5), F(−1,5). Известно, что график квадратного трехчлена $y = f(x)$ пересекает отрезки AB, CD, EF. Докажите, что $f(8) > 5$.

Задание №4. Докажите, что для любых x и y, удовлетворяющих условию $xy + x + y = 1$, выполнено неравенство

$$x^2y^2 + x + y \geq 5xy.$$

Задание №5. Вадим располагает на клетчатой доске n × n доминошки вида 1 × 2 так, чтобы они не имели общих точек (доминошки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Вадиму удастся расположить таким образом 2021 доминошку?