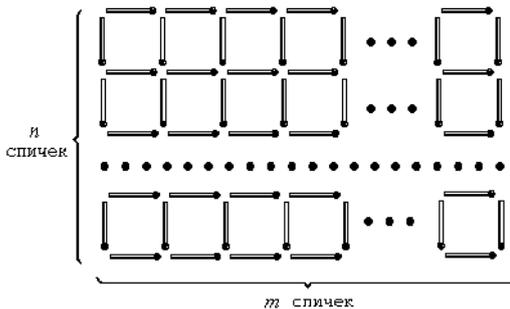


# Условия задач

(районная математическая олимпиада 2021 г.)

## 11 класс

1. Из спичек выложен прямоугольник размером  $m \times n$  ( $m > n$ ), состоящий из квадратов  $1 \times 1$  (см. рисунок). а) Сколько спичек пошло на его построение, если считать, что длина спички равна 1? б) Сколько всевозможных прямоугольников, составленных из данных спичек, можно насчитать в этой фигуре? в) Сколько всевозможных квадратов, составленных из данных спичек, можно насчитать в этой фигуре?



2. Решите неравенство  $2 \cdot 5^{2x} \cdot \sin 2x - 3^x \geq 5^{2x} - 2 \cdot 3^x \cdot \sin 2x$ .

3. Пусть  $A = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}$ , где  $n$  – целое положительное число. Докажите, что в последовательности  $A, 2A, 4A, 8A, \dots, 2^k \cdot A, \dots$ , с некоторого места встречаются только целые числа.

4. В равностороннем треугольнике со стороной  $a$  вписана окружность. Из вершины треугольника радиусом  $0,5a$  проведена вторая окружность. Найдите площадь, заключенную между этими окружностями.

5. Каково должно быть  $k$  для, того, чтобы неравенство

$$\left| \frac{x^2 - kx + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$

справедливо при любом значении  $x$ ?