

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2020 – 2021 учебный год
Математика
11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Время выполнения заданий - 4 часа (240 минут).

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

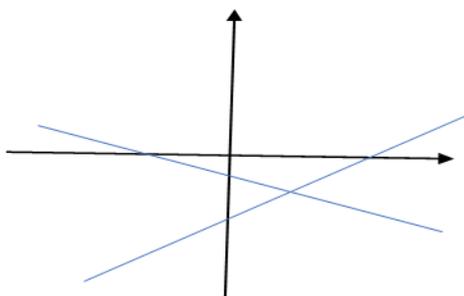
- не спеша, внимательно читайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа;
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Вам предстоит решить 5 задач:

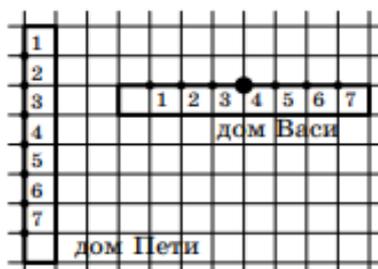
11.1. На рисунке изображены графики функций $y = ax + b$ и $y = cx + d$.



Найдите знак произведения $abcd$.

11.2. (a_n) — арифметическая прогрессия с разностью 1. Известно, что S_{2022} — наименьшая среди всех S_n (меньше суммы первых n членов для любого другого значения n). Какие значения может принимать первый член прогрессии?

11.3. Петя и Вася живут в соседних домах (см. план на рисунке). Вася живёт в четвёртом подъезде. Известно, что Пете, чтобы добежать до Васи кратчайшим путём (не обязательно идущим по сторонам клеток), безразлично, с какой стороны обегать свой дом. Определите, в каком подъезде живёт Петя.



11.4. В произведении семи натуральных чисел каждый сомножитель уменьшили на 3. Могло ли произведение при этом увеличиться ровно в 13 раз?

11.5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность Γ с центром в точке O . Его диагонали AC и BD перпендикулярны и пересекаются в точке P , причём точка O лежит внутри треугольника BPC . На отрезке BO выбрана точка H так, что $\angle BHP = 90^\circ$. Окружность ω , описанная около треугольника PHD , вторично пересекает отрезок PC в точке Q . Докажите, что $AP = CQ$.