

**Олимпиадные задачи муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
по МАТЕМАТИКЕ (2021 - 2022 уч. год)**

11 класс

1. Решите в целых числах уравнение $1 + 2^n + 3^n + 5^n = 2k$.
2. Решить неравенство $\frac{\sin(\cos x)}{\cos(\sin x)} - 1 > 0$.
3. Иван Царевичу нужно раздобыть молодильные яблоки. Баба Яга, Кощей и Леший дали ему следующие ответы.
Баба Яга: «Да у Кощея они. Забрал и уже 100 лет как не отдает. А Леший – добрый малый: если были бы они у него, то дал бы мне».
Кощей: «Баба Яга – плутовка, спрятала, у нее они, а у меня их нет».
Леший: «Нет у меня их. Зачем они мне? Я и без них красивый. И у Бабы Яги их нет: совсем старая стала».
Василиса Премудрая предупредила Ивана, что вся эта троица – врунишки, правды никто из них никогда не скажет, а молодильные яблоки хотя бы у одного из них есть.
У кого есть молодильные яблоки? У кого их нет? О ком недостаточно информации? (Утверждение «А и В» ложно тогда и только тогда, когда ложно хотя бы одно из утверждений А или В)?
4. Докажите, что для любого натурального n верно неравенство
$$\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} < 1$$
5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB=1$ см, $AD=2$, $AA_1=1$. Найти наименьшую площадь треугольника PA_1C , вершина P которого лежит на прямой AB_1 .