

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по математике
в 2021 – 2022 учебном году
11 класс**

Время выполнения заданий — 4 часа

11.1. Учитель литературы решил выяснить у учеников из 11«А» класса, сколько человек из их класса отсутствуют. Он получил такие ответы: Петр: «Больше одного». Виктор: «Больше двух». Татьяна: «Больше трёх». Чарльз: «Больше четырёх». Полина: «Меньше четырёх». Шурик: «Меньше трёх». Сколько человек в 11«А» классе отсутствует на самом деле, если ровно три ученика сказали правду? Приведите все варианты ответа и докажите, что других нет.

11.2. На доске записано 10 действительных чисел; сумма любых трёх из них больше семи. Может ли случиться так, что

а) сумма любых семи из них меньше шестнадцати;

б) сумма любых пяти из них меньше двенадцати?

Ответы обоснуйте.

11.3. На ребре AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром длины $3\sqrt{2}$ отмечена точка K . В пространстве отмечена такая точка T , что $TB = 7$ и $TC = \sqrt{67}$. Какое наименьшее и наибольшее значение может иметь длина отрезка TK ? Ответ обоснуйте.

11.4. Для некоторых функций $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ и $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ имеет место тождество

$$f(x)g(y) = axy + bx + cy + 1,$$

где a, b, c — константы, а x и y — любые действительные числа. Докажите, что $a = bc$.

11.5. Дан острый угол O . На одной его стороне берём точку A_1 и опускаем перпендикуляр $A_1 A_2$ на другую сторону угла. Затем из точки A_2 опускаем перпендикуляр на OA_1 , получаем точку A_3 и т. д. Как с помощью циркуля и линейки построить отрезок, равный длине бесконечной ломаной $L = A_1 A_2 + A_2 A_3 + \dots$? Приведите построение и обоснуйте, что в его результате получится отрезок требуемой длины.

11.6. В соревновании, проходящем в виде однокругового турнира, каждая команда играет с каждой ровно один раз. По окончании однокругового турнира по футболу среди 16 команд оказалось, что команда «Джокер» выиграла у всех тех команд, которые в итоговой таблице находятся выше «Джокера» (по набранным очкам), но проиграла всем тем, которые находятся ниже. При этом команд, которые набрали столько же очков, что и «Джокер», не нашлось. Какое самое высокое место в турнире мог занять «Джокер»? Ответ обоснуйте. (Известно, что в футболе за победу дают 3 очка, за ничью — 1, за поражение — 0.)