

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

## II (муниципальный) этап

2021 – 2022 учебный год

### 11 КЛАСС

1. Не используя калькуляторов и прочих вычислительных средств, выяснить, какое из двух чисел больше:

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt[6]{18}?$$

2. Имеется четыре старых советских медных монеты достоинством 1 коп., 2 коп., 3 коп. и 5 коп. Вес каждой из монет в граммах должен быть численно равен её достоинству. Известно, что одна из монет является бракованной, и по весу она отличается от нормальной. Как при помощи двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определить бракованную монету?
3. Рассмотрим функцию  $f(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{3-x}$ , заданную на числовой прямой. При каких  $x$  значение функции является целым числом?
4. Можно ли, используя только три различные цифры, составить 16 трехзначных чисел таких, что все 16 чисел при делении на 16 дают различные остатки? (Не обязательно, чтобы каждое трехзначное число состояло из разных цифр.)
5. Равнобедренный треугольник  $ABC$  с вершиной  $B$  вписан в окружность радиуса  $R$ . В него вписана окружность радиуса  $r$ . В сегмент, ограниченный хордой  $AB$  и меньшей из дуг, вписана другая окружность, радиус которой также равен  $r$ . Найти отношение  $R : r$ .

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35