

## 7 класс

1. Дима написал в тетради последовательность нулей и единиц. Затем он заметил, что единица идёт после нуля 16 раз, семь раз 1 идёт после 01 и восемь раз 0 идёт после 01. Какими могут быть последние две цифры на доске?

2. На белом листе есть числа: 1 и 2. Разрешено следующее действие: можно увеличить одно из чисел на листе на сумму цифр другого. Можно ли с помощью такого действия числа 1 и 2 превратить в:

а) 2021 и 2021?

б) 2022 и 2022?

3. На телефоне установлено 31 различное приложение. Сколькими способами можно выбрать шесть приложений на удаление так, чтобы среди них было три приложения из следующих шести  $TVFT'V'F'$ , но не было ни одной из пар  $TT'$ ,  $VV'$ ,  $FF'$ ?

4. По кругу написаны  $m$  чисел таким образом, что каждые два соседних числа отличаются на 1. Назовём число *сильным*, если оба его соседа меньше него и *слабым*, если оба его соседа больше него. Обозначим сумму всех сильных чисел  $S$ , а сумму слабых чисел  $s$ . Докажите, что  $m = 2(S - s)$ .

5. Катя выписала в тетрадь множество  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  и решила разбить его на два подмножества. Докажите, что как бы Катя не разбивала множество на два подмножества всегда хотя бы одно из полученных подмножеств содержит три таких числа, что сумма двух из них равна удвоенному третьему.