

Всероссийская олимпиада школьников 2021/2022 уч. г.
Муниципальный этап
Математика
7 класс

Общее время выполнения работы – 2 часа 55 минут (175 минут).

Максимальная сумма баллов 35.

Во время Олимпиады участники не имеют права общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории; не вправе пользоваться справочными материалами, средствами связи и электронно-вычислительной техникой. При установлении факта нарушения участником Олимпиады Порядка или использования во время тура запрещенных источников информации решением Оргкомитета такой участник лишается возможности дальнейшего участия в Олимпиаде.

Задание 7.1

Известно, что $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$. Докажите, что $\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} = \frac{1}{ab}$.

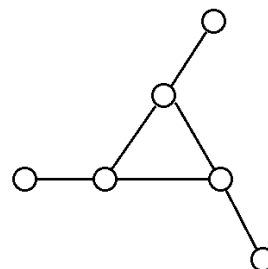
Количество баллов 7

Задание 7.2

Дано множество чисел:

2021, 3022, 4023, 5024, 6025, 7026

Доказать, что нельзя расставить эти числа в кружках фигуры (см. рисунок справа) так, чтобы суммы по трем линиям и сумма по вершинам треугольника совпадали между собой.



Количество баллов 7

Задание 7.3

Кафельная плитка имеет форму прямоугольного треугольника с катетами равными 1 дм и 2 дм. Можно ли из 20 таких плиток сложить квадрат?

Количество баллов 7

Задание 7.4

На острове живёт нечётное число людей, причём каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Как-то раз все рыцари заявили: – «Я дружу только с 1 лжецом», а все лжецы: – «Я не дружу с рыцарями». Кого на острове больше, рыцарей или лжецов?

Количество баллов 7

Задание 7.5

Рассмотрим число

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{399}{400}$$

Докажите, что оно больше $\frac{1}{29}$ и меньше $\frac{1}{20}$

Количество баллов 7