

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2021-2022 уч.год
7 класс

1. Нарисуйте восемь отрезков так, чтобы каждый отрезок пересекал ровно три отрезка, и никакие три отрезка не пересекались бы в одной точке. Пересечение происходит во внутренних точках, соединять отрезки в вершинах не разрешается.
2. На Новогоднем празднике школьники организовали игру-обмен: если им давали пять мандаринов, то они меняли их на три хлопушки и конфету, а если им давали две хлопушки, то они меняли их три мандарина и конфету. Дед Мороз несколько раз сыграл с ними в эту игру и получил всего 50 конфет. Изначально у него был с собой только мешок с мандаринами, после всех обменов у него не осталось ни одной хлопушки. Сколько мандаринов отдал Дед Мороз детям?
3. Про натуральное четное число n известно, что если оно делится на простое число p , то число $n - 1$ делится на число $p - 1$. Докажите, что n может быть только степенью двойки.
4. Турист прошел по всем дорожкам парка, пройдя по каждой ровно два раза. Садовник говорит, что дорожки парка нельзя обойти, пройдя по каждой ровно один раз. Может ли существовать такой парк?
5. В кучке 111 камешков. Петя и Вася играют в игру: они по очереди берут из кучки сколько-нибудь камешков, но не больше 9. Пропускать ход не разрешается. Выигрывает тот, кто возьмет последний камешек. Первым ходит Петя. Кто из них выигрывает при правильной игре, и как он должен играть?
6. Сколько существует шестизначных чисел, в которых четыре подряд идущие цифры образуют число 2021?

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.

Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 42 балла за все задание.

Не забудьте обосновать свои решения задач!