

Всероссийская олимпиада школьников 2021/2022 уч. г.
Муниципальный этап
Математика
8 класс

Общее время выполнения работы – 2 часа 55 минут (175 минут).

Максимальная сумма баллов 35.

Во время Олимпиады участники не имеют права общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории; не вправе пользоваться справочными материалами, средствами связи и электронно-вычислительной техникой. При установлении факта нарушения участником Олимпиады Порядка или использования во время тура запрещенных источников информации решением Оргкомитета такой участник лишается возможности дальнейшего участия в Олимпиаде.

Задание 8.1

Известно, что $\frac{2}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+2b}$. Докажите, что $\frac{4}{a^2} - \frac{1}{b^2} = \frac{1}{ab}$.

Количество баллов 7

Задание 8.2

Команда из Пети, Васи и одноместного самоката участвует в гонке. Дистанция разделена на участки одинаковой длины, их количество равно 42, в начале каждого – контрольный пункт. Петя пробегает участок за 9 мин, Вася – за 11 мин, а на самокате любой из них проезжает участок за 3 мин. Стартуют они одновременно, а на финише учитывается время того, кто пришел последним. Ребята договорились, что один проезжает первую часть пути на самокате, остаток бегом, а другой — наоборот (самокат можно оставить на любом контрольном пункте). Сколько участков Петя должен проехать на самокате, чтобы команда показала наилучшее время?

Количество баллов 7

Задание 8.3

В треугольнике ABC угол B равен 120° , $AB = 2BC$. Серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает AC в точке D . Найдите отношение $CD : DA$.

Количество баллов 7

Задание 8.4

Прямоугольник вымощен плитками размерами 1×4 и 2×2 . Плитки с прямоугольника сняли и одну плитку размером 2×2 заменили на плитку размером 1×4 . Докажите, что теперь новым набором плиток прямоугольник вымостить не удастся.

Количество баллов 7

Задание 8.5

Пусть a, b, c – натуральные числа и $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$. Докажите, что тогда $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < \frac{41}{42}$.

Количество баллов 7