

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике
2021-2022 учебный год**

8 класс

1. Запишите число 2021, используя ровно по одному разу цифры от 0 до 9, скобки и арифметические операции. (Скобки и арифметические операции можно использовать в любом количестве. “Склеивать” цифры в одно число можно)
2. У Ани есть шоколадка размера 5×6 долек. В ней есть 6 долек, образующих прямоугольник 2×3 , в которых находятся орешки (прямоугольник может быть расположен вертикально или горизонтально). Аня не знает, где именно находятся орешки. Она хочет съесть наименьшее количество долек, но так, чтобы среди них оказалась хотя бы одна с орешками. Сколько долек ей надо съесть? Покажите, какие дольки надо съесть и докажите, что меньшего количества не достаточно.
3. Пусть a, b, c — такие целые числа, что $(a+b+c)^2 = -(ab+ac+bc)$ и числа $a+b, b+c, a+c$ не равны 0. Докажите, что произведение любых двух из чисел $a+b, a+c, b+c$ делится на третье.
4. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD четырехугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD . Докажите, что если угол A равен углу D , то диагонали четырехугольника $ABCD$ равны.
5. Есть четыре замка и 6 ключей. Известно, что каждый ключ открывает ровно 2 замка. Причем нет двух ключей, которые открывали бы в точности одни и те же два замка. Выясните за не более, чем 11 проверок, какой ключ какие два замка открывает. За одну проверку можно вставить ключ в замок и проверить, открывает он его или нет.