

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

9 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

9.1. (7 баллов)

Над двумя различными натуральными числами проделывают четыре операции:

- а) находят их сумму;
- б) из большего вычитают меньшее;
- в) находят их произведение;
- г) большее число делят на меньшее.

Сумма результатов всех четырёх операций равна 3^5 . Что это за числа?

9.2. (7 баллов)

Докажите, что если a, b, c – длины сторон треугольника, то уравнение $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2) \cdot x + c^2 = 0$ не имеет решений.

9.3. (7 баллов)

По кольцевой дорожке длиной 60 см движутся в обе стороны муравьи со скоростью 1 см/с. Когда два муравья сталкиваются, они мгновенно разворачиваются и движутся с той же скоростью в противоположных направлениях. Оказалось, что за минуту произошло 48 попарных столкновений. Сколько муравьев могло быть на дорожке?

9.4. (7 баллов)

На совместной конференции партий лжецов и правдолюбков в президиум было избрано 32 человека, которых рассадили в четыре ряда по 8 человек. В перерыве каждый член президиума заявил, что среди его соседей есть представители обеих партий. Известно, что лжецы всегда лгут, а правдолюбки всегда говорят правду. При каком наименьшем числе лжецов в президиуме возможна описанная ситуация? (Два члена президиума являются соседями, если один из них сидит слева, справа, спереди или сзади от другого).

9.5. (7 баллов)

На берегу круглого озера четыре пристани K, L, P, Q . От пристани K отплывает катер, от L – лодка. Если катер поплывет прямо в P , а лодка прямо в Q , то они столкнутся в некоторой точке X озера. Докажите, что если катер поплывет в Q , а лодка – в P , то они достигнут этих пристаней одновременно.