

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

**9 класс**

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

## Условия задач

### 9.1. (7 баллов)

Над двумя различными натуральными числами проделывают четыре операции:

- а) находят их сумму;
- б) из большего вычитают меньшее;
- в) находят их произведение;
- г) большее число делят на меньшее.

Сумма результатов всех четырёх операций равна  $3^5$ . Что это за числа?

### 9.2. (7 баллов)

Докажите, что если  $a, b, c$  – длины сторон треугольника, то уравнение  $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2) \cdot x + c^2 = 0$  не имеет решений.

### 9.3. (7 баллов)

По кольцевой дорожке длиной 60 см движутся в обе стороны муравьи со скоростью 1 см/с. Когда два муравья сталкиваются, они мгновенно разворачиваются и движутся с той же скоростью в противоположных направлениях. Оказалось, что за минуту произошло 48 попарных столкновений. Сколько муравьев могло быть на дорожке?

### 9.4. (7 баллов)

На совместной конференции партий лжецов и правдолюбков в президиум было избрано 32 человека, которых рассадили в четыре ряда по 8 человек. В перерыве каждый член президиума заявил, что среди его соседей есть представители обеих партий. Известно, что лжецы всегда лгут, а правдолюбки всегда говорят правду. При каком наименьшем числе лжецов в президиуме возможна описанная ситуация? (Два члена президиума являются соседями, если один из них сидит слева, справа, спереди или сзади от другого).

### 9.5. (7 баллов)

На берегу круглого озера четыре пристани  $K, L, P, Q$ . От пристани  $K$  отплывает катер, от  $L$  – лодка. Если катер поплывет прямо в  $P$ , а лодка прямо в  $Q$ , то они столкнутся в некоторой точке  $X$  озера. Докажите, что если катер поплывет в  $Q$ , а лодка – в  $P$ , то они достигнут этих пристаней одновременно.