

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2020 – 2021 учебный год
Математика
9 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Время выполнения заданий - **4 часа (240 минут)**.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно читайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа;
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Вам предстоит решить **5 задач**:

9.1. Корень из числа 49 можно извлечь по такой «формуле»: $\sqrt{49} = 4 + \sqrt{9}$. Существуют ли другие двузначные числа, квадратные корни из которых извлекаются аналогичным образом и являются целыми? Укажите все такие двузначные числа.

9.2. Все натуральные числа от 1 до 1000 включительно разбиты на две группы: чётные и нечётные. В какой из групп сумма всех цифр, используемых для записи чисел, больше и на сколько?

9.3. В произведении трёх натуральных чисел каждый сомножитель уменьшили на 3. Могло ли произведение при этом увеличиться ровно на 2022?

9.4. Вместо знаков многоточия вставьте такие числа, чтобы выражение $(x^2 + \dots \times x + 2) \times (x + 3) = (x + \dots) \times (x^2 + \dots \times x + 6)$ стало тождеством.

9.5. В остроугольном треугольнике ABC проведены медиана AM и высота BH . Перпендикуляр, восстановленный в точке M к прямой AM , пересекает луч BH в точке K . Докажите, что если $\angle MAC = 30^\circ$, то $AK = BC$.