

Всероссийская олимпиада школьников 2021/2022 уч. г.
Муниципальный этап
Математика
9 класс

Общее время выполнения работы – 3 часа 55 минут (235 минут).

Максимальная сумма баллов 35.

Во время Олимпиады участники не имеют права общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории; не вправе пользоваться справочными материалами, средствами связи и электронно-вычислительной техникой. При установлении факта нарушения участником Олимпиады Порядка или использования во время тура запрещенных источников информации решением Оргкомитета такой участник лишается возможности дальнейшего участия в Олимпиаде.

Задание 9.1

При каких натуральных n выражение $n^2 - 4n + 11$ является квадратом натурального числа?

Количество баллов 7

Задание 9.2

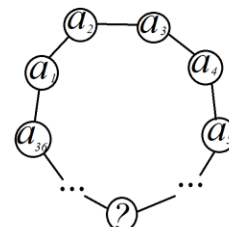
Пусть a, b, c – длины сторон треугольника. Доказать, что:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a} < \frac{5}{2}$$

Количество баллов 7

Задание 9.3

36 кружков, расположенных по кругу, последовательно соединили отрезками. На каждом отрезке записали некоторое число, а в каждом кружке – сумму двух чисел, записанных на входящих в него отрезках. После этого стёрли все числа на отрезках и в одном из кружков (см. рисунок.). Можно ли найти число, стёртое в кружке?



Количество баллов 7

Задание 9.4

На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите угол AKD .

Количество баллов 7

Задание 9.5

В правильном десятиугольнике проведены все диагонали. Возле каждой вершины и возле каждой точки пересечения диагоналей поставлено число $+1$ (рассматриваются только сами диагонали, а не их продолжения). Разрешается одновременно изменить все знаки у чисел, стоящих на одной стороне или на одной диагонали. Можно ли с помощью нескольких таких операций изменить все знаки на противоположные?

Количество баллов 7