

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике  
2021-2022 учебный год

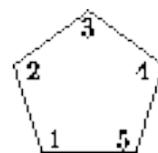
9 класс

1. Поздно вечером три волшебника встретились на перекрестке. У каждого в руках была волшебная палочка. Набежал сильный ветер, выхватил у волшебников их палочки, поиграл с ними так, что никто из волшебников не мог отличить свою палочку от чужой. Волшебникам ничего не оставалось сделать как разобрать палочки наугад. Найдите вероятность того, что никто из волшебников не взял свою волшебную палочку.

2. Дан произвольный треугольник  $ABC$ . Докажите, что для этого треугольника выполняется неравенство  $BC^3 + AC^3 + 3 \cdot BC \cdot AC \cdot AB > AB^3$ .

3. Пантелей и Герасим за ноябрь получили по 20 оценок, причём Пантелей получил пятерок столько же, сколько Герасим четвёрок, четвёрок столько же, сколько Герасим троек, троек столько же, сколько Герасим двоек, и двоек столько же, сколько Герасим – пятёрок. При этом средний балл за ноябрь у них одинаковый. Сколько двоек за ноябрь получил Пантелей?

4. Дан набор одинаковых правильных пятиугольников, при вершинах каждого из которых записаны натуральные числа от 1 до 5, как показано на рисунке. Пятиугольники можно поворачивать и переворачивать. Их сложили в стопку (вершина к вершине), и оказалось, что при каждой из пяти вершин суммы чисел одинаковы. Сколько пятиугольников могло быть в этой стопке?



5. Каждой паре чисел  $A$  и  $B$  поставлено в соответствие некоторое число  $A * B$ . Найдите  $2021 * 1999$ , если известно, что для любых трёх чисел  $A, B, C$  выполнены тождества:  $A * A = 0$  и  $A * (B * C) = (A * B) + C$ .