Муниципальный этап 9 класс
Всероссийской олимпиады школьников по математике
2021 - 2022 учебный год

Дорогие ребята!
Поздравляем Вас с участием
в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике.
Выполняя задания, не спешите, так как они требуют применения не только знаний,
но и общей эрудиции и творческого подхода.
На выполнение заданий отводится 4 (четыре) астрономических часа.
Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.
Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.
Успеха Вам в работе!

9.1. В двенадцатизначном числе 2 * 0 * 1* 6 * 0 *2 * цифры, стоящие на четных местах скрыты. На скрытых местах могут быть записаны любые цифры от 0 до 8 (повтор цифр возможен). Какие цифры нужно записать на четные места так, чтобы полученное число делилось на 45. Сколькими способами это можно сделать?

9.2. Докажите, что уравнение $2x = (x + c)(x + d) – (c + d)$ имеет два различных корня при любых действительных значениях c и d.

9.3. Пауки-скакуны – активные дневные охотники, которые могут прыгать на большие расстояния, намного превышающие размер их собственного тела. Перед прыжком паук прикрепляет на то место, откуда будет совершаться прыжок, шёлковую нить паутины. Замкнется ли нить паутины (т.е. вернется паук когда-нибудь в начальную точку), если он будет прыгать по плоскости так, что длина каждого его следующего прыжка будет вдвое больше длины предыдущего?

9.4. В окружности, описанной около равнобедренного треугольника ABC (AB = BC), проведён диаметр CC'. Прямая, проходящая через точку C' параллельно BC, пересекает отрезки AB и AC в точках M и P соответственно. Докажите, что M – середина отрезка $C'P$.

9.5. В одной коробке лежит 20 карточек, в другой – 100. Два мальчика по очереди берут себе карточки. За один ход можно взять или одну или две карточки из любой, но только одной коробки. Выигрывает тот, кто заберет себе последнюю карточку. Кто может выиграть в этой игре независимо от ходов соперника?