

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО  
МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

9 класс

*Уважаемый участник олимпиады!*

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

**9.1.** Существуют ли пять последовательных натуральных чисел, таких, что если к сумме этих чисел прибавить их произведение, то результат будет оканчиваться на 2021?

**9.2.** В разгар летнего сезона ягоды дешевеют на 15 % по сравнению с началом сезона, а сахар дорожает на 10 %, в результате чего приготовление варенья из ягод по определенному рецепту обходится на 10 % дешевле. Сколько процентов от стоимости варенья (приготовленного по тому же рецепту) составляет стоимость ягод в начале сезона?

**9.3.** Точка  $D$  – середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ ,  $DE$  и  $DF$  – биссектрисы треугольников  $ABD$  и  $CBD$ . Отрезки  $BD$  и  $EF$  пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что  $DM = \frac{1}{2}EF$ .

**9.4.** У геолога есть чашечные весы без гирь и 8 камней. Он хочет знать, верно ли, что два камня всегда тяжелее одного. Как ему гарантированно проверить это за 13 взвешиваний?

**9.5.** В футбольном турнире, где каждая команда по одному разу сыграла с каждой, участвовали команды А, Б, В, Г, Д и Е. За победу команда получала 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0. В итоге оказалось, что команды А, Б, В, Г и Д набрали по 7 очков. Какое наибольшее количество очков могла набрать команда Е?