10 класс

Задача 10.1.1. Саша уже неделю смотрит все серии интересного сериала подряд. Вчера Саша посмотрел 9 серий, а сегодня всего 6. Оказалось, что сумма номеров всех серий, просмотренных вчера, равна сумме номеров всех серий, просмотренных сегодня. Какой номер имеет последняя просмотренная Сашей серия? (Серии нумеруются последовательными натуральными числами, начиная с 1.)

Ответ: 25.

Задача 10.1.2. Саша уже неделю смотрит все серии интересного сериала подряд. Вчера Саша посмотрел 9 серий, а сегодня всего 7. Оказалось, что сумма номеров всех серий, просмотренных вчера, равна сумме номеров всех серий, просмотренных сегодня. Какой номер имеет последняя просмотренная Сашей серия? (Серии нумеруются последовательными натуральными числами, начиная с 1.)

Ответ: 39.

Задача 10.1.3. Саша уже неделю смотрит все серии интересного сериала подряд. Вчера Саша посмотрел 10 серий, а сегодня всего 5. Оказалось, что сумма номеров всех серий, просмотренных вчера, равна сумме номеров всех серий, просмотренных сегодня. Какой номер имеет последняя просмотренная Сашей серия? (Серии нумеруются последовательными натуральными числами, начиная с 1.)

Ответ: 17.

Задача 10.2.1. В магазине продаются 15 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 6 видов, Борис — 11, а Денис — 13. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Борис?

Ответ: 2.

Задача 10.2.2. В магазине продаются 15 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 7 видов, Борис — 11, а Денис — 12. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Борис?

Ответ: 3.

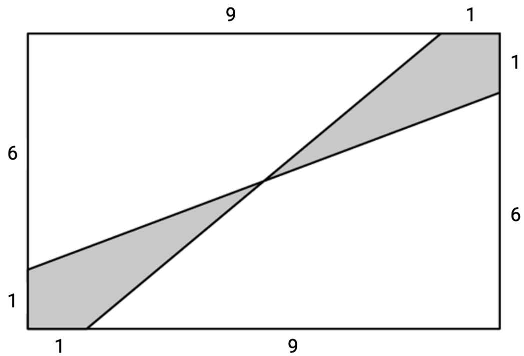
Задача 10.2.3. В магазине продаются 16 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 9 видов, Борис — 11, а Денис — 12. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Борис?

Ответ: 4.

Задача 10.2.4. В магазине продаются 15 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 7 видов, Борис — 10, а Денис — 13. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Денис?

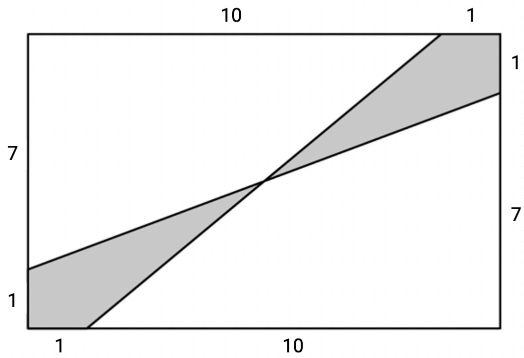
Ответ: 5.

Задача 10.3.1. Дан прямоугольник 7×10. Чему равна площадь закрашенной фигуры?



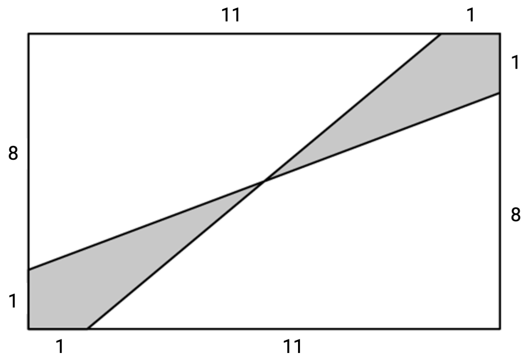
Ответ: 8,5.

Задача 10.3.2. Дан прямоугольник 8×11. Чему равна площадь закрашенной фигуры?



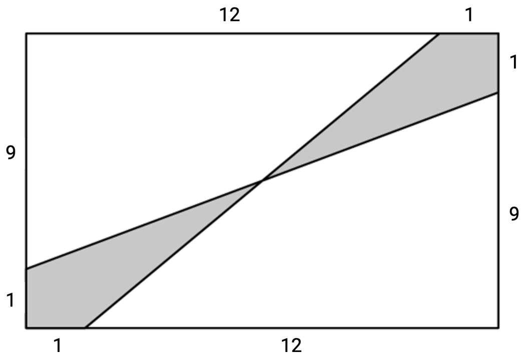
Ответ: 9,5.

Задача 10.3.3. Дан прямоугольник 9×12. Чему равна площадь закрашенной фигуры?



Ответ: 10,5.

Задача 10.3.4. Дан прямоугольник 10×13. Чему равна площадь, заштрихованная на картинке?



Ответ: 11,5.

Задача 10.4.1. В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \ldots, 201, 201, \ldots, 201$$

каждое число n встречается ровно n раз для всех $1 \leqslant n \leqslant 201$. Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

Ответ: 142.

Задача 10.4.2. В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \ldots, 205, 205, \ldots, 205$$

каждое число n встречается ровно n раз для всех $1 \leqslant n \leqslant 205$. Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

Ответ: 145.

Задача 10.4.3. В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \ldots, 209, 209, \ldots, 209$$

каждое число n встречается ровно n раз для всех $1 \leqslant n \leqslant 209$. Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

Ответ: 148.

Задача 10.4.4. В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \ldots, 213, 213, \ldots, 213$$

каждое число n встречается ровно n раз для всех $1 \leqslant n \leqslant 213$. Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

Ответ: 151.

Задача 10.5.1. Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа n равна 10327. Какое наименьшее значение может принимать n?

Ответ: 6735.

Задача 10.5.2. Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа n равна 10373. Какое наименьшее значение может принимать n?

Ответ: 6765.

Задача 10.5.3. Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа n равна 10281. Какое наименьшее значение может принимать n?

Ответ: 6705.

Задача 10.5.4. Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа n равна 10419. Какое наименьшее значение может принимать n?

Ответ: 6795.

Задача 10.6.1. На плоскости дана точка P. Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку P, можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке P пересекал хотя бы 170 выбранных прямых?

Ответ: 341.

Задача 10.6.2. На плоскости дана точка P. Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку P, можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке P пересекал хотя бы 160 выбранных прямых?

Ответ: 321.

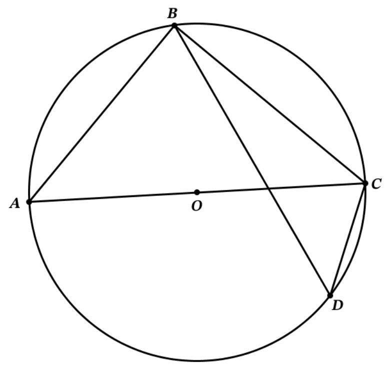
Задача 10.6.3. На плоскости дана точка P. Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку P, можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке P пересекал хотя бы 180 выбранных прямых?

Ответ: 361.

Задача 10.6.4. На плоскости дана точка P. Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку P, можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке P пересекал хотя бы 190 выбранных прямых?

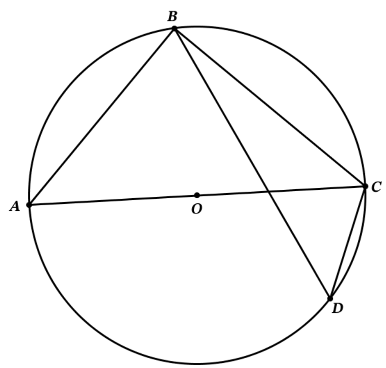
Ответ: 381.

Задача 10.7.1. На окружности ω по разные стороны от диаметра AC расположены точки B и D. Известно, что $AB = 3\sqrt{6}$, $CD = 3$, а площадь треугольника ABC в три раза больше площади треугольника BCD. Найдите радиус окружности ω.



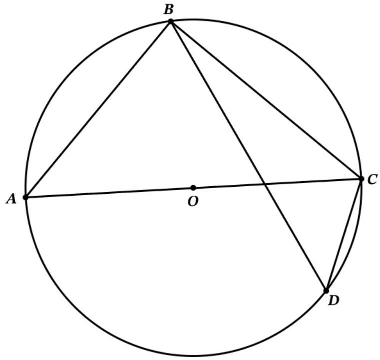
Ответ: 4,5.

Задача 10.7.2. На окружности ω по разные стороны от диаметра AC расположены точки B и D. Известно, что $AB = 5\sqrt{6}$, $CD = 5$, а площадь треугольника ABC в три раза больше площади треугольника BCD. Найдите радиус окружности ω.



Ответ: 7,5.

Задача 10.7.3. На окружности ω по разные стороны от диаметра AC расположены точки B и D. Известно, что $AB = 7\sqrt{6}$, $CD = 7$, а площадь треугольника ABC в три раза больше площади треугольника BCD. Найдите радиус окружности ω.



Ответ: 10,5.

Задача 10.8.1. Сколько существует троек натуральных чисел (a, b, c), удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 12) = \min(a, c) \cdot \min(b, 24)?$$

Здесь $\min(x, y)$ — это наименьшее из чисел x и y, а $\max(x, y)$ — наибольшее из чисел x и y.

Ответ: 455.

Задача 10.8.2. Сколько существует троек натуральных чисел (a, b, c), удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 11) = \min(a, c) \cdot \min(b, 22)?$$

Здесь $\min(x, y)$ — это наименьшее из чисел x и y, а $\max(x, y)$ — наибольшее из чисел x и y.

Ответ: 364.

Задача 10.8.3. Сколько существует троек натуральных чисел (a, b, c), удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 10) = \min(a, c) \cdot \min(b, 20)?$$

Здесь $\min(x, y)$ — это наименьшее из чисел x и y, а $\max(x, y)$ — наибольшее из чисел x и y.

Ответ: 286.

Задача 10.8.4. Сколько существует троек натуральных чисел (a, b, c), удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 13) = \min(a, c) \cdot \min(b, 26)?$$

Здесь $\min(x, y)$ — это наименьшее из чисел x и y, а $\max(x, y)$ — наибольшее из чисел x и y.

Ответ: 560.