9 класс

Задача 9.1.1. В магазине продаётся 20 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 20 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 5 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 20 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 20 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Ответ: 136.

Задача 9.1.2. В магазине продаётся 20 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 20 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 4 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 20 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 20 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Ответ: 120.

Задача 9.1.3. В магазине продаётся 24 товара, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 24 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 4 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 24 товара в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 24 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Ответ: 171.

Задача 9.1.4. В магазине продаётся 25 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 25 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых

5 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 25 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 25 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Ответ: 210.

Задача 9.2.1. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 7200. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

Ответ: 60.

Задача 9.2.2. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 28800. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

Ответ: 120.

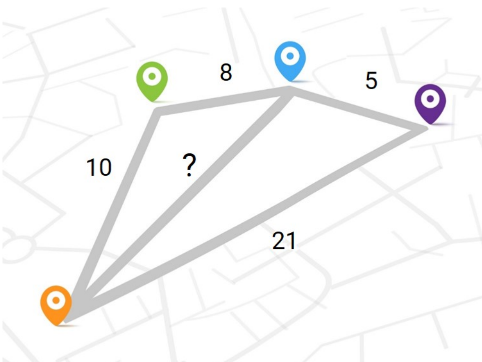
Задача 9.2.3. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 16200. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

Ответ: 90.

Задача 9.2.4. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 45000. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

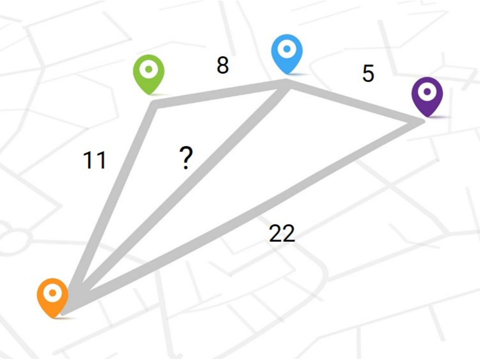
Ответ: 150.

Задача 9.3.1. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



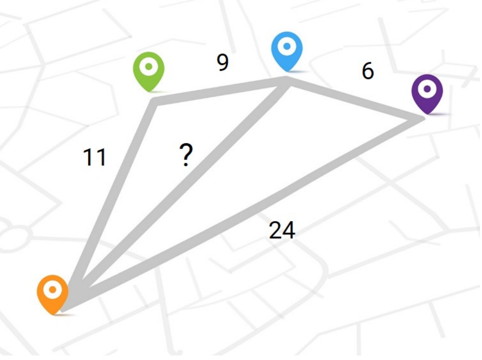
Ответ: 17.

Задача 9.3.2. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



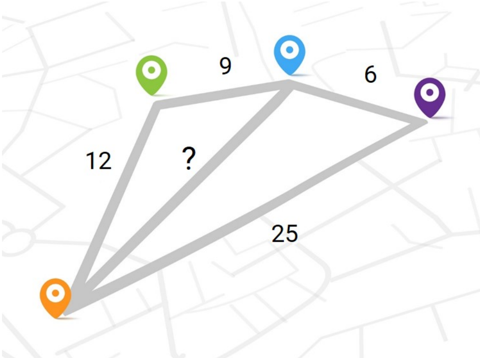
Ответ: 18.

Задача 9.3.3. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



Ответ: 19.

Задача 9.3.4. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



Ответ: 20.

Задача 9.4.1. Простое число p таково, что число $p + 25$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 103.

Задача 9.4.2. Простое число p таково, что число $p + 27$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 101.

Задача 9.4.3. Простое число p таково, что число $p + 21$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 107.

Задача 9.4.4. Простое число p таково, что число $p + 19$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 109.

Задача 9.5.1. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 80 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 80 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 80 жителей?

Ответ: 70.

Задача 9.5.2. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 90 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 90 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 90 жителей?

Ответ: 80.

Задача 9.5.3. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 70 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 70 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 70 жителей?

Ответ: 60.

Задача 9.5.4. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

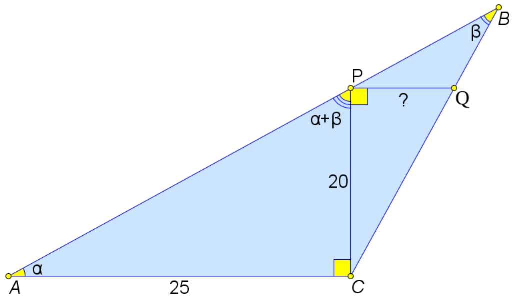
Однажды собрались 60 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 60 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 60 жителей?

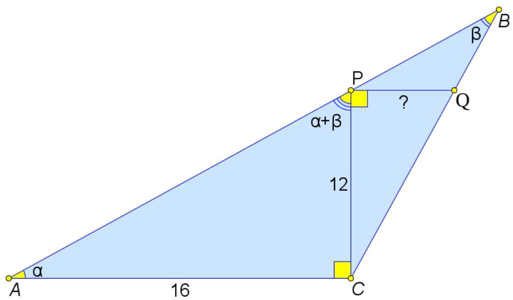
Ответ: 50.

Задача 9.6.1. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90^\circ$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 25$, $CP = 20$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



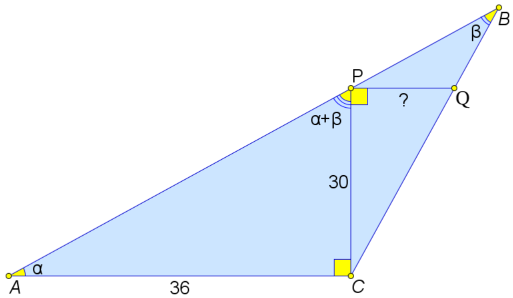
Ответ: 16.

Задача 9.6.2. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90°$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 16$, $CP = 12$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



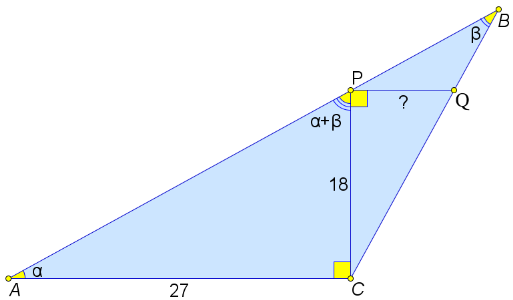
Ответ: 9.

Задача 9.6.3. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90°$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 36$, $CP = 30$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



Ответ: 25.

Задача 9.6.4. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90°$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 27$, $CP = 18$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



Ответ: 12.

Задача 9.7.1. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 10 и 30. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(20)$.

Ответ: -80.

Задача 9.7.2. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 20 и 40. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(30)$.

Ответ: -70.

Задача 9.7.3. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 30 и 50. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(40)$.

Ответ: -60.

Задача 9.7.4. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 40 и 60. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(50)$.

Ответ: -50.

Задача 9.8.1. В таблице 8×12 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 25 таких операций. Найдите наименьшее возможное значение N.

Ответ: 27.

Задача 9.8.2. В таблице 8×10 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 21 такую операцию. Найдите наименьшее возможное значение N.

Ответ: 23.

Задача 9.8.3. В таблице 8×14 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 29 таких операций. Найдите наименьшее возможное значение N.

Ответ: 31.

Задача 9.8.4. В таблице 6×14 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 22 такие операции. Найдите наименьшее возможное значение N.

Ответ: 24.