

Всероссийская олимпиада школьников по математике
школьный этап 2022-2023
группа 1
Задания и решения

18 октября 2022 г.

4 класс

1. Вариант 1.

Найдите самое маленькое натуральное число, сумма цифр которого равна 47.

Ответ. 299999.

Решение. Чтобы найти наименьшее число, надо обойтись как можно меньшим количеством цифр. Самая большая цифра – это 9, поэтому менее чем 6 цифрами не обойтись ($5 \cdot 9 < 47$). Меньше 2 на первое место мы поставить не можем, а взяв 2, остальные пять цифр определяются однозначно: это девятки.

Вариант 2.

Найдите самое маленькое натуральное число, сумма цифр которого равна 48.

Ответ. 399999.

Вариант 3.

Найдите самое маленькое натуральное число, сумма цифр которого равна 49.

Ответ. 499999.

Вариант 4.

Найдите самое маленькое натуральное число, сумма цифр которого равна 46.

Ответ. 199999.

2. Вариант 1.

Спортсмены выходили на старт группами по 3 человека с задержкой между группами в несколько секунд. Петя, Вася и Коля стартовали одновременно, причем они были в седьмой тройке с начала и в пятой тройке с конца. Сколько спортсменов участвовало в забеге?

Ответ. 33.

Решение. После старта Пети, Коли и Васи еще стартовали 4 тройки спортсменов. Тогда всего троек было $7+4=11$, т.е. всего в забеге участвовали 33 спортсмена.

Вариант 2.

Спортсмены выходили на старт группами по 3 человека с задержкой между группами в несколько секунд. Петя, Вася и Коля стартовали одновременно, причем они были в третьей тройке с начала и в седьмой тройке с конца. Сколько спортсменов участвовало в забеге?

Ответ. 27.

Вариант 3.

Спортсмены выходили на старт группами по 3 человека с задержкой между группами в несколько секунд. Петя, Вася и Коля стартовали одновременно, причем они были в шестой тройке с начала и в третьей тройке с конца. Сколько спортсменов участвовало в забеге?

Ответ. 24.

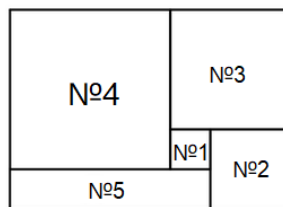
Вариант 4.

Спортсмены выходили на старт группами по 3 человека с задержкой между группами в несколько секунд. Петя, Вася и Коля стартовали одновременно, причем они были в пятой тройке с начала и в шестой тройке с конца. Сколько спортсменов участвовало в забеге?

Ответ. 30.

3. Вариант 1.

В квартире четыре квадратные комнаты, которые обозначены на рисунке №1, №2, №3, №4 и коридор (№5). Периметр комнаты №1 равен 16 м, а периметр комнаты №2 равен 24 м. Чему равен периметр коридора (№5)? Ответ дайте в метрах.

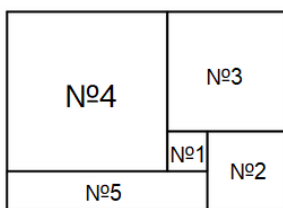


Ответ. 40.

Решение. Сторона комнаты №1 равна $16 : 4 = 4$ метра (делим на 4, потому что у квадрата 4 одинаковые стороны), а сторона комнаты №2 равна $24 : 4 = 6$ метров. Тогда, сторона комнаты №3 равна $6+4 = 10$ метров, поэтому сторона комнаты №4 равна $10+4 = 14$ метров. Тогда большая сторона коридора равна $14 + 4 = 18$ метров, а меньшая сторона – $6 - 4 = 2$ метра. Периметр коридора равен $(2 + 18) \cdot 2 = 40$ метров.

Вариант 2.

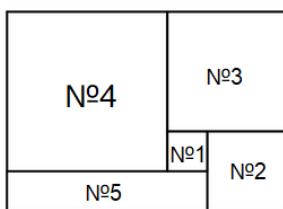
В квартире четыре квадратные комнаты, которые обозначены на рисунке №1, №2, №3, №4 и коридор (№5). Периметр комнаты №1 равен 12 м, а периметр комнаты №2 равен 20 м. Чему равен периметр коридора (№5)? Ответ дайте в метрах.



Ответ. 32.

Вариант 3.

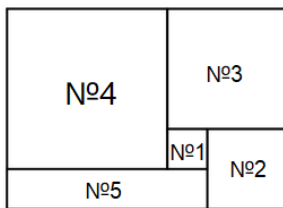
В квартире четыре квадратные комнаты, которые обозначены на рисунке №1, №2, №3, №4 и коридор (№5). Периметр комнаты №1 равен 20 м, а периметр комнаты №2 равен 28 м. Чему равен периметр коридора (№5)? Ответ дайте в метрах.



Ответ. 48.

Вариант 4.

В квартире четыре квадратные комнаты, которые обозначены на рисунке №1, №2, №3, №4 и коридор (№5). Периметр комнаты №1 равен 16 м, а периметр комнаты №2 равен 28 м. Чему равен периметр коридора (№5)? Ответ дайте в метрах.



Ответ. 44.

4. Вариант 1.

На доске были написаны числа 96, 28, 6, 20. Одно из них умножили, какое-то другое разделили, какое-то третье увеличили, какое-то четвёртое уменьшили на одно и то же число. В итоге все числа стали равными одному числу. Какому?

Ответ. 24.

Решение. Операции сложения и умножения увеличивают числа, а вычитания и деления – уменьшают, поэтому два больших числа уменьшились, а меньших – увеличились. Теперь рассмотрим два средних числа 20 и 28. Понятно, что из числа 28 вычитали, а к числу 20 прибавляли одно и то же число. Других вариантов быть не может, так как если какое-то число прибавить к 6, а 20 умножить на это же число, то равные числа не получатся. Числа стали равны и $28 - 20 = 8$ значит, оба стали

равны числу 24. Заметим, что $96 : 24 = 4$, $28 - 24 = 4$, $20 + 4 = 24$, $6 \cdot 4 = 24$. Значит, искомое число равно 24.

Вариант 2.

На доске были написаны числа 112, 24, 7, 32. Одно из них умножили, какое-то другое разделили, какое-то третье увеличили, какое-то четвёртое уменьшили на одно и то же число. В итоге все числа стали равными одному числу. Какому?

Ответ. 28.

Вариант 3.

На доске были написаны числа 180, 24, 5, 36. Одно из них умножили, какое-то другое разделили, какое-то третье увеличили, какое-то четвёртое уменьшили на одно и то же число. В итоге все числа стали равными одному числу. Какому?

Ответ. 30.

Вариант 4.

На доске были написаны числа 245, 28, 5, 42. Одно из них умножили, какое-то другое разделили, какое-то третье увеличили, какое-то четвёртое уменьшили на одно и то же число. В итоге все числа стали равными одному числу. Какому?

Ответ. 35.

5. Вариант 1.

Петя – старший ребёнок в семье. У него две сестры: Аня и Катя, и брат Вася. Петя посчитал, что Ане и Кате вместе 19 лет, Ане и Васе вместе 14 лет. Определите, сколько лет Кате, если известно, что двум младшим детям в сумме 7 лет?

Ответ. 6.

Решение. Петя не может быть в числе пары младших детей, а из остальных детей не рассмотренной осталась пара Катя и Вася, поэтому им вместе 7 лет. Если к возрасту Ани прибавить возраст Кати, то получится на 5 лет больше, чем если к возрасту Ани прибавить возраст Васи, поэтому Аня на 5 лет старше Васи. Но вместе Кате и Васе 7 лет. Поэтому Кате 6 лет, а Васе – 1 год.

Вариант 2.

Петя – старший ребёнок в семье. У него две сестры: Аня и Катя, и брат Вася. Петя посчитал, что Ане и Кате вместе 19 лет, Ане и Васе вместе 14 лет. Определите, сколько лет Васе, если известно, что двум младшим детям в сумме 7 лет?

Ответ. 1.

Вариант 3.

Петя – старший ребёнок в семье. У него две сестры: Аня и Катя, и брат Вася. Петя посчитал, что Ане и Кате вместе 20 лет, Ане и Васе вместе 14 лет. Определите, сколько лет Кате, если известно, что двум младшим детям в сумме 8 лет?

Ответ. 7.

Вариант 4.

Петя – старший ребёнок в семье. У него две сестры: Аня и Катя, и брат Вася. Петя посчитал, что Ане и Кате вместе 19 лет, Ане и Васе вместе 13 лет. Определите, сколько лет Васе, если известно, что двум младшим детям в сумме 10 лет?

Ответ. 2.

6. Вариант 1.

Петя записал на карточках числа от 1 до 10 и выложил их по краю прямоугольника 3×4 . Вначале открыли одну из карточек – с числом 7 (см. рисунок). Когда открыли остальные карточки, оказалось, что сумма чисел в верхнем и нижнем горизонтальных рядах одинакова и равна A . Какое наибольшее значение может иметь число A ?

○	○	○	○
7			○
○	○	○	○

Ответ. 23.

Решение. Обозначим через B последнее число во второй горизонтали. Так как сумма всех чисел от 1 до 10 равна 55, то $2A + B + 7 = 55$ или $B = 48 - 2A$. Отсюда следует, что B – чётное число. Чтобы A было наибольшим, нужно, чтобы B было наименьшим. Наименьшим чётным числом среди данных является 2. Тогда $2A = 55 - 9$, значит, $A = 23$. Покажем, что пример такой расстановки существует. Пусть в первой строке стоят числа 10, 6, 4, 3, а во второй – числа 1, 5, 8, 9.

Вариант 2.

Петя записал на карточках числа от 1 до 10 и выложил их по краю прямоугольника 3×4 . Вначале открыли одну из карточек – с числом 5 (см. рисунок). Когда открыли остальные карточки, оказалось, что сумма чисел в верхнем и нижнем горизонтальных рядах одинакова и равна A . Какое наибольшее значение может иметь число A ?

○	○	○	○
5			○
○	○	○	○

Ответ. 24.

Вариант 3.

Петя записал на карточках числа от 1 до 10 и выложил их по краю прямоугольника 3×4 . Вначале открыли одну из карточек – с числом 3 (см. рисунок). Когда открыли остальные карточки, оказалось, что сумма чисел в верхнем и нижнем горизонтальных рядах одинакова и равна A . Какое наибольшее значение может иметь число A ?

○	○	○	○
3			○
○	○	○	○

Ответ. 25.

Вариант 4.

Петя записал на карточках числа от 1 до 10 и выложил их по краю прямоугольника 3×4 . Вначале открыли одну из карточек – с числом 9 (см. рисунок). Когда открыли остальные карточки, оказалось, что сумма чисел в верхнем и нижнем горизонтальных рядах одинакова и равна A . Какое наибольшее значение может иметь число A ?

○	○	○	○
9			○
○	○	○	○

Ответ. 22.

7. Вариант 1.

По кругу выписано 100 натуральных чисел. Известно, что среди любых трех подряд идущих есть чётное число. Какое наименьшее количество чётных чисел может быть среди выписанных?

Ответ. 34.

Решение. Рассмотрим любые 3 подряд идущих числа. Среди них есть чётное. Зафиксируем его, а остальные 99 разобьём на 33 тройки подряд идущих. В каждой такой тройке будет не менее одного чётного числа. Таким образом, общее количество чётных чисел не менее $1+33=34$. Такая ситуация возможна. Пронумеруем числа по кругу. И чётными можно взять числа с номерами 1, 4, 7, ..., 100.

Вариант 2.

По кругу выписано 103 натуральных числа. Известно, что среди любых трёх подряд идущих есть чётное число. Какое наименьшее количество чётных чисел может быть среди выписанных?

Ответ. 35.

Вариант 3.

По кругу выписано 106 натуральных чисел. Известно, что среди любых трёх подряд идущих есть чётное число. Какое наименьшее количество чётных чисел может быть среди выписанных?

Ответ. 36.

Вариант 4.

По кругу выписано 109 натуральных чисел. Известно, что среди любых трёх подряд идущих есть чётное число. Какое наименьшее количество чётных чисел может быть среди выписанных?

Ответ. 37.

8. Вариант 1.

Дан квадрат. Внутри него взята точка, удаленная от трех сторон на расстояния 4, 7, 12 сантиметров. Каким может быть расстояние до четвертой стороны? Укажите все возможные варианты. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ. 9 и 15.

Решение. Два из этих расстояний дают в сумме сторону квадрата. Если это $4+7$, то сторона квадрата равна 11, тогда третье расстояние не может быть равно 12. Остальные варианты подходят: 1) сторона квадрата – $4+12=16$, расстояние до четвертой стороны – $16-7=9$.

2) сторона квадрата – $7+12=19$, расстояние до четвертой стороны – $19-4=15$.

Вариант 2.

Дан квадрат. Внутри него взята точка, удаленная от трех сторон на расстояния 4, 7, 13 сантиметров. Каким может быть расстояние до четвертой стороны? Укажите все возможные варианты. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ. 10 и 16.

Вариант 3.

Дан квадрат. Внутри него взята точка, удаленная от трех сторон на расстояния 4, 8, 13 сантиметров. Каким может быть расстояние до четвертой стороны? Укажите все возможные варианты. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ. 9 и 17.

Вариант 4.

Дан квадрат. Внутри него взята точка, удаленная от трех сторон на расстояния 5, 8, 14 сантиметров. Каким может быть расстояние до четвертой стороны? Укажите все возможные варианты. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ. 11 и 17.