

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 6 класса

2022/23 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Возраст Кирилла Константиновича — 48 лет 48 месяцев 48 недель 48 дней 48 часов.
Сколько полных лет Кириллу Константиновичу?

Ответ: 53

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

48 месяцев — это ровно 4 года. 48 недель — это $48 \times 7 = 336$ дней. Вместе с ещё 48 днями это 384 дня, то есть, 1 год и ещё 18 или 19 дней, в зависимости от високосности года. В любом случае, оставшиеся дни и ещё 48 часов составляют в сумме меньше одного года. Итого: $48 + 4 + 1 = 53$.

Задание № 1.2

Условие:

Возраст Сергея Станиславовича — 36 лет 36 месяцев 36 недель 36 дней 36 часов.

Сколько полных лет Сергею Станиславовичу?

Ответ: 39

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №1.1.

Задание № 1.3

Условие:

Возраст Анны Александровны — 60 лет 60 месяцев 60 недель 60 дней 60 часов. Сколько полных лет Анне Александровне?

Ответ: 66

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №1.1.

Задание № 1.4

Условие:

Возраст Татьяны Тимофеевны — 72 года 72 месяца 72 недели 72 дня 72 часа. Сколько полных лет Татьяне Тимофеевне?

Ответ: 79

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №1.1.

Задание № 2.1

Условие:

У Дмитрия в шкафу лежат носки: 6 синих пар, 18 чёрных пар и 12 белых пар. Дмитрий купил ещё несколько пар чёрных носков и обнаружил, что теперь чёрные носки составляют $\frac{3}{5}$ от общего числа носков. Сколько пар чёрных носков купил Дмитрий?

Ответ: 9

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

У Дмитрия было поровну пар чёрных и всех других пар носков, а после покупки оказалось, что чёрные пары составляют три части всех носков, а остальные пары — две части. Значит, Дмитрий купил половину уже имеющегося количества пар чёрных носков, то есть 9 пар.

Задание № 2.2

Условие:

У Дмитрия в шкафу лежат носки: 16 синих пар, 20 чёрных пар и 4 белые пары. Дмитрий купил ещё несколько пар чёрных носков и обнаружил, что теперь чёрные носки составляют $\frac{2}{3}$ от общего числа носков. Сколько пар чёрных носков купил Дмитрий?

Ответ: 20

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №2.1.

Задание № 2.3

Условие:

У Дмитрия в шкафу лежат носки: 14 синих пар, 24 чёрные пары и 10 белых пар. Дмитрий купил ещё несколько пар чёрных носков и обнаружил, что теперь чёрные носки составляют $\frac{3}{5}$ от общего числа носков. Сколько пар чёрных носков купил Дмитрий?

Ответ: 12

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №2.1.

Задание № 2.4

Условие:

У Дмитрия в шкафу лежат носки: 10 синих пар, 22 чёрные пары и 12 белых пар. Дмитрий купил ещё несколько пар чёрных носков и обнаружил, что теперь чёрные носки составляют $\frac{2}{3}$ от общего числа носков. Сколько пар чёрных носков купил Дмитрий?

Ответ: 22

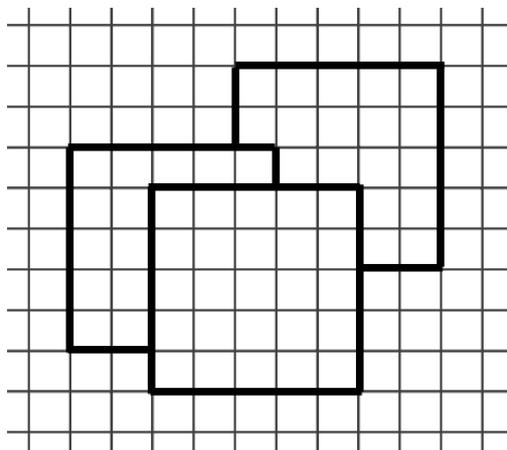
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №2.1.

Задание № 3.1

Условие:

На листе клетчатой бумаги лежат три квадрата 5×5 , как показано на рисунке. Сколько клеток покрыто ровно двумя квадратами?

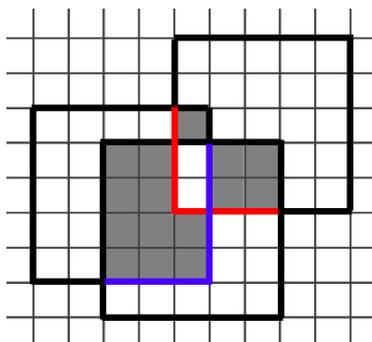


Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

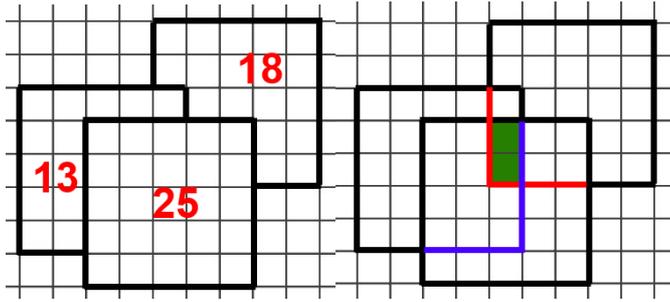
Решение 1.

Прямой подсчет. Дорисуем квадратики и закрасим те клетки, которые покрыты ровно два раза.



Решение 2.

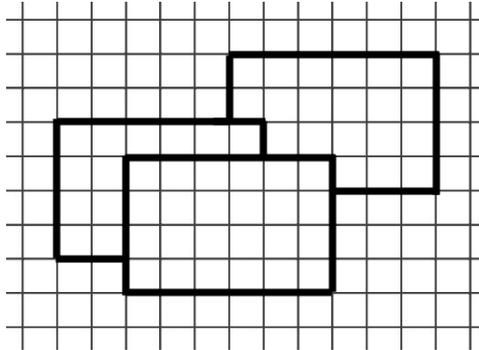
Общая накрытая квадратами площадь равна $13+25+18=56$. Легко понять, что все три квадрата накрывают ровно две клетки. Общая площадь всех квадратов равна 75. При этом клетки, покрытые по одному разу (их 56) учтены один раз, клетки, покрытые два раза (их x), учтены два раза. Клетки, покрытые три раза (их две), учтены трижды. Таким образом, при сложении площадей всех квадратов число x учитывается два раза, а число 2 — три раза. Следовательно, нужно один лишний x и два раза число 2. Получаем уравнение $56=75-x-2 \cdot 2$, откуда $x=15$.



Задание № 3.2

Условие:

На листе клетчатой бумаги лежат три прямоугольника 4×6 клеток, как показано на рисунке. Сколько клеток покрыто ровно двумя прямоугольниками?



Ответ: 14

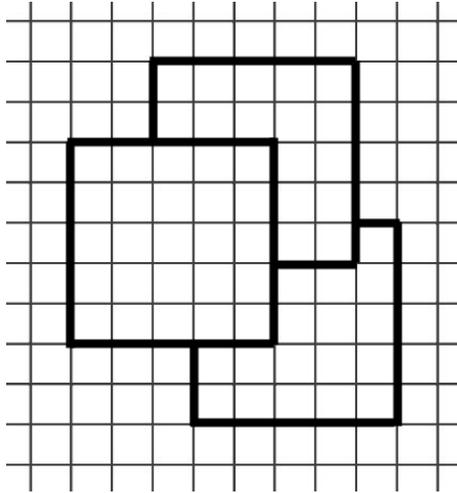
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №3.1.

Задание № 3.3

Условие:

На листе клетчатой бумаги лежат три квадрата 5×5 , как показано на рисунке. Сколько клеток покрыто ровно двумя квадратами?



Ответ: 13

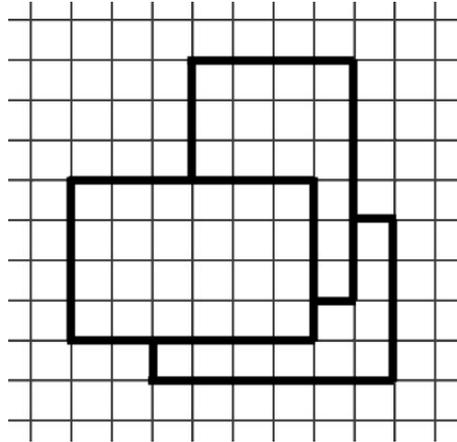
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №3.1.

Задание № 3.4

Условие:

На листе клетчатой бумаги лежат три прямоугольника 4×6 клеток, как показано на рисунке. Сколько клеток покрыто ровно двумя прямоугольниками?



Ответ: 11

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №3.1.

Задание № 4.1

Условие:

Вдоль прямой дороги стоят 6 столбов. Вася измерял расстояния между ними:

| | |
|--------------------------|-----------|
| От первого до третьего | 26 метров |
| От третьего до пятого | 25 метров |
| От второго до четвёртого | 28 метров |
| От четвёртого до шестого | 22 метров |
| От второго до пятого | 40 метров |

Чему равно расстояние от первого столба до шестого? Ответ укажите в метрах.

Ответ: 61

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение 1.

Расстояние от первого столба до пятого составляет $26+25=51$ метр, а от второго до пятого — 40 метров, поэтому расстояние от первого до второго столба составляет $51-40=11$ метров. Тогда расстояние от первого до шестого столба равно $11+28+22=61$ метр.

Решение 2.

Сложим все расстояния: $26+25+28+22=101$. При этом мы по разу учли расстояния от первого столба до второго и от пятого до шестого, а все остальные три расстояния между соседними столбами — по два раза. Это в точности суммарное расстояние от второго столба до пятого, поэтому его нужно вычесть. $101-40=61$.

Задание № 4.2

Условие:

Вдоль прямой дороги стоят 6 столбов. Вася измерял расстояния между ними:

| | |
|--------------------------|-----------|
| От первого до третьего | 30 метров |
| От третьего до пятого | 32 метра |
| От второго до четвертого | 29 метров |
| От четвертого до шестого | 33 метра |
| От первого до шестого | 80 метров |

Чему равно расстояние от второго столба до пятого? Ответ укажите в метрах.

Ответ: 44

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №4.1.

Задание № 4.3

Условие:

Вдоль прямой дороги стоят 6 столбов. Вася измерял расстояния между ними:

| | |
|--------------------------|-----------|
| От первого до третьего | 27 метров |
| От третьего до пятого | 22 метра |
| От второго до четвертого | 29 метров |
| От четвертого до шестого | 26 метров |
| От второго до пятого | 40 метров |

Чему равно расстояние от первого столба до шестого? Ответ укажите в метрах.

Ответ: 64

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №4.1.

Задание № 4.4

Условие:

Вдоль прямой дороги стоят 6 столбов. Вася измерял расстояния между ними:

| | |
|--------------------------|-----------|
| От первого до третьего | 32 метра |
| От третьего до пятого | 27 метров |
| От второго до четвертого | 25 метров |
| От четвертого до шестого | 31 метр |
| От первого до шестого | 74 метра |

Чему равно расстояние от второго столба до пятого? Ответ укажите в метрах.

Ответ: 41

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №4.1.

Задание № 5.1

Условие:

Автомобильный номер содержит три буквы и три цифры, например А123ВЕ. К использованию разрешены буквы А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х (всего 12 букв) и все цифры, кроме комбинации 000. Владислав считает номер *счастливым*, если первая буква — гласная, вторая цифра — нечётная, а третья буква — согласная (на остальные знаки ограничений нет). Сколько существует номеров, которые Владислав считает *счастливыми*?

Ответ: 192000

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Всего имеется 4 гласных буквы и 8 согласных. Аналогично, имеется 5 чётных цифр и 5 нечетных. Первую букву можно выбрать 4 способами, вторую букву — 12 способами, так как на неё нет ограничений, третью букву — 8 способами. Первую и третью цифру можно выбрать 10 способами, а вторую — 5 способами (заметим, что так как вторая цифра — нечётная, номер 000 не является счастливым и в любом случае не будет посчитан). Так как любой способ выбрать конкретную букву или цифру может сочетаться с любым другим, то для получения ответа нужно перемножить числа: $4 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 8 = 192000$.

Задание № 5.2

Условие:

Автомобильный номер содержит три буквы и три цифры, например А123ВЕ. К использованию разрешены буквы А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х (всего 12 букв) и все цифры, кроме комбинации 000. Катя считает номер *счастливым*, если вторая буква — согласная, первая цифра — нечётная, а третья цифра — чётная (на остальные знаки ограничений нет). Сколько существует номеров, которые Катя считает *счастливыми*?

Ответ: 288000

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №5.1.

Задание № 5.3

Условие:

Автомобильный номер содержит три буквы и три цифры, например А123ВЕ. К использованию разрешены буквы А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х (всего 12 букв) и все цифры, кроме комбинации 000. Таня считает номер *счастливым*, если первая буква — согласная, вторая буква — тоже согласная, а третья цифра — нечётная (на остальные знаки ограничений нет). Сколько существует номеров, которые Таня считает *счастливыми*?

Ответ: 384000

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №5.1.

Задание № 5.4

Условие:

Автомобильный номер содержит три буквы и три цифры, например А123ВЕ. К использованию разрешены буквы А, В, Е, К, М, Н, О, Р, С, Т, У, Х (всего 12 букв) и все цифры, кроме комбинации 000. Кира считает номер *счастливым*, если вторая буква — гласная, вторая цифра — нечётная, а третья цифра — чётная (на остальные знаки ограничений нет). Сколько существует номеров, которые Кира считает *счастливыми*?

Ответ: 144000

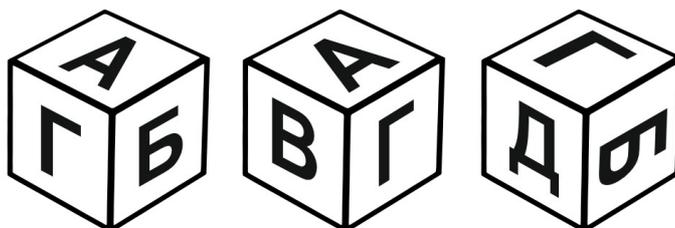
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №5.1.

Задание № 6.1

Условие:

На гранях кубика нарисованы 6 букв: А, Б, В, Г, Д, Е. На картинке показаны три изображения кубика с разных точек. Какая буква нарисована напротив грани с буквой Е?



Варианты ответов:

- А
- Б
- В
- Г
- Д
- Е

Правильный ответ:

- Г

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Заметим, что грань Г соседствует (имеет общее ребро) с гранями А, Б, В и Д. Но каждая грань имеет ровно четыре соседние и одну противоположную. Следовательно, последняя оставшаяся грань Е находится напротив грани Г, и, соответственно, грань Г находится напротив грани Е.

Задание № 6.2

Условие:

На гранях кубика нарисованы 6 букв: А, Б, В, Г, Д, Е. На картинке показаны три изображения кубика с разных точек. Какая буква нарисована напротив грани с буквой Д?



Варианты ответов:

- А
- Б
- В
- Г
- Д
- Е

Правильный ответ:

- Б

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №6.1.

Задание № 6.3

Условие:

На гранях кубика нарисованы 6 букв: А, Б, В, Г, Д, Е. На картинке показаны три изображения кубика с разных точек. Какая буква нарисована напротив грани с буквой В?



Варианты ответов:

- А
- Б
- В
- Г
- Д
- Е

Правильный ответ:

- Г

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №6.1.

Задание № 6.4

Условие:

На гранях кубика нарисованы 6 букв: А, Б, В, Г, Д, Е. На картинке показаны три изображения кубика с разных точек. Какая буква нарисована напротив грани с буквой А?



Варианты ответов:

- А
- Б
- В
- Г
- Д
- Е

Правильный ответ:

- Б

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №6.1.

Задание № 7.1

Условие:

Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить «да» или «нет». Ответы представлены в таблице:

| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Аня | нет | нет | да | да | да | да |
| Боря | да | нет | нет | да | да | да |
| Вася | нет | да | нет | нет | нет | нет |

Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько верных ответов у Васи?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

У Ани 4 верных ответа, у Бори — 2. Поэтому есть по крайней мере два вопроса, на которые Аня ответила верно, а Боря — неверно. Но разные ответы Аня и Боря дали ровно на два вопроса: первый и третий. Поэтому в точности на эти вопросы Аня ответила верно, а Боря — неверно. Ответ Васи на первый вопрос совпадает с Аниным, на третий — нет, поэтому среди этих двух Васиных ответов ровно один верный. Ответы Ани и Бори на четыре остальных вопроса совпадают. Поэтому среди них два верных и два неверных. Ответы Васи на все эти вопросы противоположны ответам Ани и Бори. Поэтому среди них два верных (там, где у Ани с Борей неверные ответы) и два неверных (там, где ответы Ани с Борей верны). Сложив 1 и 2, получаем ответ.

Задание № 7.2

Условие:

Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить «да» или «нет». Ответы представлены в таблице:

| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Аня | да | нет | нет | да | нет | да |
| Боря | нет | нет | да | да | нет | да |
| Вася | нет | да | нет | нет | да | нет |

Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько неверных ответов у Васи?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №7.1.

Задание № 7.3

Условие:

Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить «да» или «нет». Ответы представлены в таблице:

| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Аня | нет | нет | да | да | да | да |
| Боря | да | нет | да | да | да | нет |
| Вася | нет | да | нет | нет | нет | нет |

Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько верных ответов у Васи?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №7.1.

Задание № 7.4

Условие:

Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить «да» или «нет». Ответы представлены в таблице:

| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Аня | нет | да | нет | да | нет | да |
| Боря | нет | нет | да | да | нет | да |
| Вася | да | нет | нет | нет | да | нет |

Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько неверных ответов у Васи?

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №7.1.

Задание № 8.1

Условие:

Для кружка «Умелые ручки» Антону нужно вырезать несколько одинаковых кусочков проволоки (длина каждого куска — целое число сантиметров). Вначале Антон взял кусок проволоки длины 10 метров и смог от него отрезать только 9 нужных кусочков. Затем Антон взял кусок длины 11 метров, но его хватило тоже лишь на 9 кусков. Куски какой длины нужно было вырезать Антону? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 111

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Вначале заметим, что 9 кусков по 111 см составляют 999 см. Поэтому и первого, и второго куска на 9 частей хватит, а второго куска на 10 частей уже не хватит: $10 \times 111 = 1110 > 1100$.

Докажем, что если длина куска не равна 111 см, то одно из условий задачи не будет выполнено. Если длина куска не больше 110 см, то из куска длины 11 м можно было бы вырезать как минимум 10 частей, что противоречит условию.

Если же длина куска не менее 112 см, то на 9 частей понадобится хотя бы 1008 см, то есть из десятиметрового куска их нельзя будет вырезать.

Задание № 8.2

Условие:

Для кружка «Умелые ручки» Ивану нужно вырезать несколько одинаковых кусочков проволоки (длина каждого куска — целое число сантиметров). Вначале Иван взял кусок проволоки длины 10 метров и смог от него отрезать только 12 нужных кусочков. Затем Иван взял кусок на 70 сантиметров больше, но его хватило тоже лишь на 12 кусков. Куски какой длины нужно было вырезать Ивану? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 83

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №8.1.

Задание № 8.3

Условие:

Для кружка «Умелые ручки» Павлу нужно вырезать несколько одинаковых кусочков проволоки (длина каждого куска — целое число сантиметров). Вначале Павел взял кусок проволоки длины 10 метров и смог от него отрезать только 15 нужных кусочков. Затем Павел взял кусок на 40 сантиметров больше, но его хватило тоже лишь на 15 кусков. Куски какой длины нужно было вырезать Павлу? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 66

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №8.1.

Задание № 8.4

Условие:

Для кружка «Умелые ручки» Борису нужно вырезать несколько одинаковых кусочков проволоки (длина каждого куска — целое число сантиметров). Вначале Борис взял кусок проволоки длины 10 метров и смог от него отрезать только 14 нужных кусочков. Затем Борис взял кусок на 50 сантиметров больше, но его хватило тоже лишь на 14 кусков. Куски какой длины нужно было вырезать Борису? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 71

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №8.1.