

Ответы, решения и критерии оценивания задач муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ (2022 - 2023 уч. год)

7 класс

1. Мама, уходя в магазин, поручила Ане, Варе и Свете выполнить некоторую работу. Девочки работают с одинаковой производительностью. Сначала они работали вместе, но через 20 минут после начала работы у Ани появились дела, и Варя и Света остались работать одни. Еще через 15 минут засобиравшись Варя, и Света доделывала работу одна в течение 10 минут. Мама, возвратившись домой, принесла дочкам 10 одинаковых яблок. Как девочки должны разделить эти яблоки между собой в соответствии с выполненной ими работой?

Решение

Если всю работу разделить на равные части, каждую из которых одна девочка выполняет 5 минут, то Аня выполнила 4 части (работала 20 минут), Варя – 7 частей (работала 35 минут), а Света – 9 частей (работала 45 минут). Итого таких частей 20.

Значит, яблоки нужно распределить так: Ане – $10 \times \frac{4}{20} = 2$ яблока, Варе – $10 \times \frac{7}{20} = 3,5$ яблока, а Свете – $10 \times \frac{9}{20} = 4,5$ яблока.

Критерии оценивания

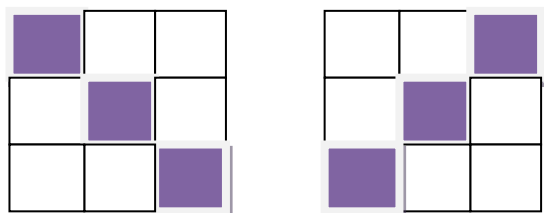
Только верный ответ – 0 баллов.

Ход решения верный, но получен неверный ответ из-за арифметической ошибки – 3 балла.

Верное решение – 7 баллов.

2. В клетки таблицы 3×3 впишите все числа от 1 до 9 так, чтобы сумма всех чисел любой горизонтали, любой вертикали и по двум главным диагоналям делилась на 5.

Главные диагонали показаны на рисунке.



Решение

Вариант заполнения таблицы представлен на рисунке.

1	7	2
6	5	9
3	8	4

Критерии оценивания

Верный пример – 7 баллов.

Выделены пары или тройки чисел, сумма которых делится на 5 - 1 балл.

Все остальные случаи оцениваются в 0 баллов.

3. Жители страны Сказок пригласили на свой праздник в качестве почетных гостей Бабу-Ягу, Кощея и Змея Горыныча. Жителям стало известно следующее. Если на праздник не

придет Баба-Яга, то придет Кощей. Если не придет Кощей, то придет Змей Горыныч. Если не придет Змей Горыныч, то придет Баба Яга. А также, что хотя бы один из почетных гостей будет отсутствовать на празднике. Докажите, что тогда ровно один из почетных гостей будет отсутствовать на празднике.

Решение

Условие «Если на праздник не придет Баба-Яга, то придет Кощей» равносильно утверждению «Невозможно, что на праздник не пришли ни Баба-Яга, ни Кощей».

По аналогичным условиям невозможным является, что на празднике отсутствуют Кощей и Змей Горыныч, или Змей Горыныч и Баба Яга. Значит, по крайней мере, двое почетных гостей будут на празднике. Поскольку по условию хотя бы один отсутствует, то все трое на празднике быть не могут. Значит, гостей ровно двое.

Критерий оценивания

Обосновано, что отсутствие любых двух гостей является невозможным событием – 4 балла.

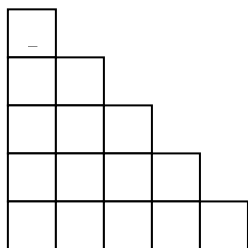
Из выше указанного утверждения сделан вывод о том, что возможными случаями являются:

- 1) ровно двое гостей на празднике;
- 2) все три гостя на празднике.

И второй случай отклонен по условию «хотя бы один из почетных гостей будет отсутствовать на празднике» - добавляется еще три балла.

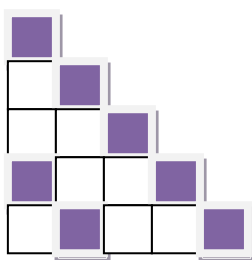
Таким образом, верное и полностью обоснованное решение оценивается в 7 баллов.

4. Можно ли фигуру, изображенную на рисунке, замостить без наложений и просветов полосками 1×3 ? Ответ объяснить.



Решение

Введем раскраску как на рисунке.



Каждая полоска 1×3 накрывает ровно одну закрашенную клетку. Поскольку для замощения доски требуется 5 полосок, то закрашенных клеток должно быть ровно 5, а их 7. Поэтому нельзя.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

Предложена раскраска, с помощью которой можно доказать, что заданную фигуру заданными полосками замостить нельзя, но отсутствует объяснение этому или объяснение не является исчерпывающим – 5 баллов.

Верно решенная задача – 7 баллов.

5. Каждая из точек плоскости окрашена в один из четырех цветов (каждый цвет используется хотя бы один раз). Существуют ли на этой плоскости прямые, точки которых окрашены не менее чем в три цвета. Ответ обоснуйте.

Решение

Выберем любые четыре точки различного цвета и проведем пару прямых таким образом, чтобы ровно по две из выбранных точек принадлежали этим прямым. Если построенные прямые пересекаются, то появляется точка, окрашенная в один из выбранных цветов. Таким образом, на одной из прямых нашлись три точки различного цвета. Если построенные прямые параллельны, то проведем еще две прямые через выбранные точки, таким образом, чтобы получилась точка пересечения. Эта точка будет окрашена в один из цветов и будет принадлежать прямой, имеющей как минимум две точки другого цвета.

Критерии оценивания

Только иллюстрация -0 баллов.

Рассмотрен только случай пересечения - 3 балла.

Рассмотрены и верно обоснованы оба случая - 7 баллов, за неточности в рассуждениях снимается 1 балл.