**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ**
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
2022-2023 учебный год. Камчатский край
**возрастная группа 7 класс**
**Максимальное количество баллов 35**
***Условия задач***

**7.1.** В первом классе больше 10, но меньше 15 детей. На новогодний утренник к ним пришёл Дед Мороз с мешком конфет и раздал всем поровну и обнаружил, что у него осталось 9 конфет. Сколько конфет получил каждый ребёнок, если первоначально в мешке было 207 конфет?

***Решение.*** 207-9=198 конфет раздал Дед Мороз. 198=18·11- разложение на множители с учётом того, что один из множителей удовлетворяет условию от 10 до 15. Следовательно, 11 детей получили по 18 конфет.

***Ответ:*** 18 конфет.

***Критерии:***

7 баллов – полное решение;

6 баллов – разложение получено, но не объяснено, что другие возможные разложения не удовлетворяют условию «больше 10, но меньше 15»;

4 балла – получено разложение на множители, но вывод сделан неправильно (к примеру, перестановка значений количества детей и количества конфет, полученное каждым ребёнком);

3 балла – подобран ответ, проведена проверка, но не доказано, что других вариантов быть не может;

1 балл – получено разложение на множители числа розданных конфет, дальнейшее продвижение отсутствует;

0 баллов – только ответ без оснований.

**7.2.** Найдите НОД всех чисел, полученных всевозможной перестановкой цифр числа 202120222023

***Решение***. По признаку делимости все эти числа делятся на 9 (сумма цифр 18). Достаточным условием доказательства, что других чисел нет является то, что разность любых двух таких чисел также делится на НОД. К примеру, 222222100032-222222100023=9 делится на 9 и не может быть больше 9.

Ответ: 9.

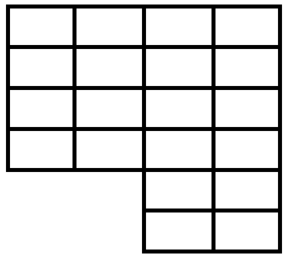
***Критерии***

7 баллов – полное решение;

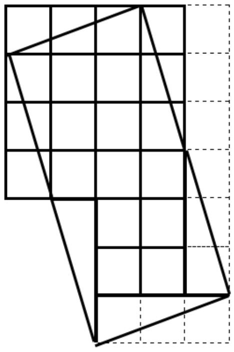
3 балла – найден НОД, но не доказано, что других делителей быть не может.

**7.3.** Вася отрезал от показанной на рисунке 1 фигуры три одинаковых треугольника, переложил их и получил в результате прямоугольник, стороны которого относятся как 1:2. Покажите, как он это сделал.

Рисунок 1.



***Решение:***



См. рисунок.

**7.4.** По кругу стоят несколько рыцарей и лжецов, все они разного роста. Каждый из стоящих произнёс фразу: «Я выше ровно одного из своих соседей». Могло ли среди стоящих по кругу быть ровно 2023 лжецов? (Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут).

***Решение.*** Лгут «карлики» — те, кто ниже обоих соседей, и «гиганты» — те, кто выше обоих соседей. Карлики и гиганты в кругу чередуются, поэтому вместе их четное число.

**Ответ:** Нет.

***Критерии:***

7 баллов – полное решение;

2 балла – отмечено, что вокруг лжеца либо два «гиганта», либо два «карлика», расположение рыцарей упорядочено (сохраняет монотонность);

1 балл – отмечено, что самый низкий и самый высокий – лжецы.

**7.5.** 31 декабря 2011 года возраст Евгения Александровича совпадал с суммой цифр его года рождения. Сколько лет Евгению Александровичу было 31 декабря 2014 года? Докажите единственность ответа.

***Решение.*** Максимум сумма цифр года рождения может равняться $1 + 9 + 9 + 9 = 28$, минимум — 2. Поэтому Е.А. родился самое раннее в 1983, а самое позднее — в 2009. Заметим, что если менять только последнюю цифру года рождения, то сумма цифр будет увеличиваться, а возраст — уменьшаться (и наоборот) на одну и ту же величину. Поэтому в каждом десятилетии не более одного подходящего года. Остаётся проверить возможные десятилетия. Если год рождения попадает на нулевые, получаем уравнение $2 + 0 + 0 + x = 11 - x$. То есть $2x = 9$, что не имеет решения в целых числах. Если год рождения попадает на восьмидесятые, то получаем уравнение $1 + 9 + 8 + x = 31 - x$ или $2x = 13$, что тоже не имеет решения в целых числах. Наконец, для девяностых получаем уравнение $1+ 9+ 9+x = 21-x$. Решая его, получаем, единственный ответ: $x = 1$. Поэтому Е.А. родился в 1991 году. Значит, в 2014 году ему исполнилось 23 года

***Ответ:*** 23 года.

***Критерии:***

7 баллов – полное решение;

4 балла – правильно составлены уравнения;

3 балла – проведена оценка самого раннего и позднего года рождения;

2 балла – отмечено, что в каждом десятилетии не более одного подходящего года.