РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. *Найдите четырёхзначное число с суммой цифр 8, у которого первая слева цифра получается из второй умножением на 3, а четвёртая из третьей — умножением на 4.*

Решение. Это число 6200.

♦ В решении задачи 1 для 8 класса показано, что других таких чисел нет.

• За верный ответ — *7 баллов*.

Задача 2. *На плоскости отметили 20 точек. Оказалось, что на двух различных прямых* a *и* b *лежит по 7 отмеченных точек. Может ли на прямой, не совпадающей с* a *и* b*, лежать 10 отмеченных точек?*

Ответ. Не может. ***Решение.*** У прямых a и b не больше одной общей точки. Если она есть и отмечена, то на прямых a и b вместе лежит 13 отмеченных точек, иначе — 14. Значит, вне прямых a и b отмечено не больше, чем 20–13 = 7 точек.

Возьмём произвольную прямую c, не совпадающую с a и b. На ней отмечено не больше 7 точек, не лежащих на a и b, и, кроме того, отмеченными могут быть точки ее пересечения с a и b — всего не больше 9 точек.

♦ См. также задачу 9-2.

• За ответ «Не может» без обоснования — *0 баллов*.

Задача 3. *Возвращаясь домой, охотник сначала шёл по болоту со скоростью 2 км/ч, потом — по лесу со скоростью 4 км/ч, а затем — по шоссе со скоростью 6* *км/ч. За 4 часа он прошел 17 километров. На что он потратил больше времени — на ходьбу по болоту или ходьбу по шоссе?*

Ответ. На ходьбу по шоссе. ***Решение.*** Пусть по болоту охотник шёл a часов, по лесу — b часов, а по шоссе — c часов. За 4 часа он прошел

$$2a+4b+6c = 4(a+b+c)+2(c–a) = 4\cdot4+2(c–a) = 17 \text{ километров}.$$

Получается, что $2(c–a) = 1$, откуда $c > a$.

• За верный ответ без всякого обоснования — *0 баллов*. За верный ответ с конкретным числовым примером, удовлетворяющим условиям задачи, при отсутствии общего обоснования — *2 балла*.

Задача 4. *Целое положительное число N разделили с остатком на все числа от 60 до 100 и выписали все получившиеся остатки. Ими оказались (в каком-то порядке) все числа от 10 до 50. Докажите, что N делится на 10.*

Решение. Допустим, что N не заканчивается на 0. Тогда при делении на 60, 70, 80, 90, 100 получится 5 остатков, у которых последняя цифра такая же, как у N. Но среди последних цифр чисел от 10 до 50 каждая из цифр, не равных 0, встречается только 4 раза. Противоречие.

• Предварительных критериев нет.

Задача 5. *Можно ли расставить в таблице 5х5 положительные числа (не обязательно целые) так, чтобы произведение всех чисел в любой строке, любом столбце и любом квадрате 2х2 равнялось двум?*

Ответ. Можно. ***Решение.*** Раскрасим клетки таблицы в чёрный и белый цвета в шахматном порядке так, чтобы угловые клетки были белыми. Во все чёрные клетки поставим число 1/2, в угловые клетки центрального квадрата 3х3 — число 4, а в остальные белые клетки — число 2. Все условия задачи будут выполнены: в каждом столбце и строке будут либо три двойки и два числа 1/2, либо две четвёрки и три числа 1/2, а в каждом квадрате 2х2 — четвёрка, двойка и два числа 1/2.

• Есть верный пример — *7 баллов*, формальная проверка правильности примера не обязательна. За ответ «можно» без всякого обоснования — *0 баллов*. *До 3 баллов* может при отсутствии верного примера начисляться за разумные соображения, ведущие к его построению.