

## 7 класс

1. Можно ли так расставить знаки «+» или «-» между каждыми двумя соседними цифрами числа 20222023, чтобы полученное выражение равнялось нулю?

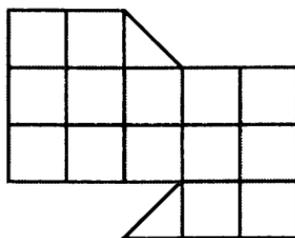
**Решение.** Так как среди цифр данного числа только одно (нечетное количество) нечётное, то при любой расстановке знаков «+» или «-» будем получать нечетную сумму. Нуль – четное число. **Ответ:** нельзя.

2. В классе 39 учеников, все они родились в 2009 году. Найдётся ли такой месяц в году, в котором отмечают свой день рождения не меньше чем 4 ученика этого класса?

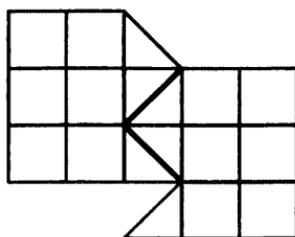
**Решение.** Предположим, что такого месяца не найдется, тогда в каждом месяце дни рождения не более чем у трех ребят. Но тогда в классе не более чем  $3 \times 12 = 36$  учеников. Полученное противоречие доказывает, что найдется месяц в котором отмечают свой день рождения не меньше чем 4 ученика. **Ответ:** найдется.

**Комментарий.** Только ответ – 0 баллов. Решение вида «Найдется по принципу Дирихле. ч.т.д.», без дополнительных пояснений, оценивается в 2 балла.

3. Разрежьте фигуру, показанную на рисунке, на две части, одинаковые по размеру и форме. Резать можно по линиям сетки и по диагоналям квадратиков. Две части считаются одинаковыми, если после разрезания можно наложить их друг на друга так, чтобы они точно совпали. При этом их можно поворачивать и переворачивать.



**Решение.** Один из вариантов изображен на рисунке ниже.



4. В школе чародейства и волшебства 13 учеников. Перед экзаменом по ясновидению преподаватель посадил их за круглый стол и попросил угадать, кто получит диплом ясновидящего. Про себя и двух своих соседей все скромно умолчали, а про всех остальных написали: «Никто из этих десяти не получит!» Конечно же, все сдавшие экзамен угадали, а все остальные ученики ошиблись. Сколько колдунов получили диплом?

**Решение.** Предположим, что никто не получил диплом. Тогда высказывание каждого ученика истинно. В этом случае все должны были получить дипломы – противоречие. Значит, хотя бы один из учеников получил диплом ясновидящего. Он сказал правду, поэтому никто, кроме его соседей, диплома не получил. Если оба соседа также остались без дипломов, то утверждение «Никто из этих десяти не получит!» для каждого из них истинно, но ведь они должны были ошибиться! Если же оба соседа сдали экзамен, то они оба ошиблись в своих высказываниях. Значит, только один из соседей мог сдать экзамен успешно. Действительно, в этом случае его высказывание истинно, а высказывание второго соседа – ложно.

**Ответ:** два колдуна.

5. На кухне лежало целое число головок сыра. Ночью пришли крысы и съели 10 головок, причём все ели поровну. У нескольких крыс от обжорства заболели животы. Остальные семь крыс следующей ночью доели оставшийся сыр, но каждая крыса смогла съесть вдвое меньше сыра, чем накануне. Сколько сыра было на кухне первоначально?

**Решение.** Пусть всего было  $k$  крыс ( $k > 7$ ), тогда каждая съела в первую ночь по  $\frac{10}{k}$  головок сыра. Во вторую ночь каждая крыса съела вдвое меньше, то есть  $\frac{5}{k}$  головок. Тогда семь крыс съели  $\frac{35}{k}$  головок. Это целое число. Единственный делитель числа 35, превышающий 7, – само число 35. Поэтому  $\frac{35}{k} = 1$ , и всего на складе до нашествия крыс было  $10 + 1 = 11$  головок сыра. **Ответ:** 11.