Ключи. 7 класс. ВсОШ по математике. Муниципальный этап. 2022-2023 учебный год.

Принципы оценивания

1. *Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.*
2. *Задания математических олимпиад являются творческими, допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор важного случая, доказательство вспомогательного утверждения, нахождение примера и т.п.). Наконец, возможны логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать всё вышеперечисленное.*
3. *Ниже приведена стандартная методика оценивания решений.*

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6–7	Верное решение, но имеются небольшие недочёты, в целом не влияющие на решение.
5–6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ошибки, либо пропущены случаи, не влияющие на логику рассуждений.
3–4	В том случае, когда решение задачи делится на две равноценные части— решение одной из частей.
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0–1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Важно отметить, что любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снимать баллы за то, что текст решения слишком длинный, или за то, что верное решение школьника отличается от приведённого в критериях или от других решений, известных жюри. В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

7.1.Решение. Раскрасим треугольники, из которых состоит фигура, в два цвета: черный и белый (как показано на рис.1). Из «черного» зала (треугольника черного цвета) можно попасть только в «белый» зал (треугольник белого цвета). А из «белого» зала можно попасть только в «черный» зал. «Черных» залов на рисунке 21, а «белых» — 28. Поэтому, чтобы обойти наибольшее количество залов, путнику нужно начинать обход с «белого» зала, затем идти в «черный», затем опять в «белый» и т.д., пока он не зайдет в последний 21 «черный» зал, из него он может пройти в «белый» зал (он 22 по счету), а уже 22 «черного» зала нет. Поэтому наибольшее количество залов, которое удастся обойти путнику — 43. Причем останутся 6 «белых» залов, в которые он не зашел. Один из вариантов обхода залов изображен на рис.2.

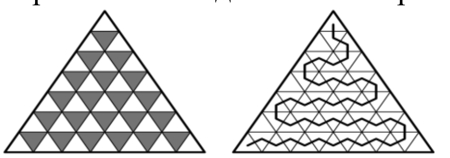
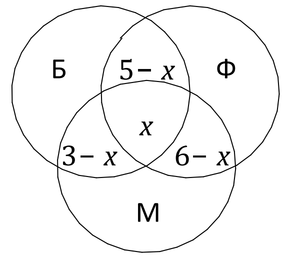


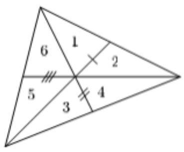
Рис.1 Рис.2

7.2.Решение. Пусть количество учащихся, которые любят все три предмета, равно x. На математической модели задачи — кругах Эйлера — получаем следующую "картину" (см. рис.).



Теперь очевидно, что количество любителей только математики равно 14−(3−x+x+6−x) = 5+x, только физики — (15−(5−x+x+6−x)) = 4 + x, только биологии — (11− (3−x + x + 5−x)) = 3 + x. Получаем уравнение 5 + x + 4 + x + 3 + x + x + 3−x + 5−x + 6−x=29-1, откуда x = 2.

7.3. Ответ: да (см. рисунок).



Комментарий: если в решении только рисунок без пояснений, то задача оценивается в 5 баллов.

7.4. Решение. Во второй строке исходной таблицы стоят числа 4+1, 4+2, 4+3, 4+4 – это числа первой строки, к каждому из которых прибавлено 4. Если перед двумя из этих чисел поставить знак «+», а перед двумя другими – знак «–», то при сложении прибавленные четвёрки сократятся. Поэтому можно считать, что изначально вторая строка была такая же, как и первая: (1, 2, 3, 4). Аналогично, можно считать, что третья и четвёртая строки были такие же: (1, 2, 3, 4). Получаем таблицу, в которой в первом столбце – 4 единицы, во втором – 4 двойки, и т.д. Так как после расстановки знаков в каждом столбце окажется два плюса и два минуса, сумма чисел в каждом столбце будет нулевой, а значит и сумма всех чисел в таблице тоже.

7.5. Решение. Пусть в конце концов на складе осталось N волейбольных мячей. Тогда футбольных мячей осталось в 20 раз больше, то есть 20N. Пусть перед тем как изъяли 3 мяча, было Ф футбольных и В волейбольных мячей (и по условию $\frac{Ф}{В} = 7$).

1) Неизвестно, сколько каких мячей было среди этих трёх изъятых, но тем не менее можно уверенно утверждать, что 20N ≤ Ф и N +3≥ В. Поэтому $\frac{20N}{N+3} \le \frac{Ф}{В} = 7$. Тогда получим $20N \le 7(N+3)$, и $N \le \frac{21}{13}$. Но N – натуральное число. Имеем N=1 и 20N=20. Итак, в конечном счете осталось 20 футбольных и 1 волейбольный мяч.
2) Перед тем, как изъяли 3 мяча, на складе могло быть различное число футбольных и волейбольных мячей (в зависимости от того, сколько каких мячей изъяли). Однако здесь можно сделать прямой перебор вариантов, которые сведём в таблицу:

Количество мячей перед тем, как изъяли 3 мяча (возможны варианты)		Во сколько раз количество футбольных мячей превосходит количество волейбольных
футбольных	волейбольных	
20	4	20:4=5
21	3	21:3=7
22	2	22:2=11
23	1	23:1=23

Как видно, число футбольных мячей превосходит число волейбольных в 7 раз только в том случае, когда на складе было 3 волейбольных мяча и 21 футбольный. Пойдем назад ещё дальше. Перед этим изымались только волейбольные мячи, и до их изъятия футбольных и волейбольных мячей было поровну. То есть число футбольных мячей не изменилось и в самом начале их было 21. Волейбольных, естественно, было столько же, то есть тоже 21.

Теперь можно восстановить полную картину. Итак, изначально было по 21 футбольному и волейбольному мячу. Затем забрали 21 – 3 = 18 волейбольных мячей, и их осталось 3 (в 7 раз меньше, чем футбольных). Потом взяли ещё 1 футбольный и 2 волейбольных мяча, и осталось 20 футбольных и 1 волейбольный мяч (футбольных в 20 раз больше, чем волейбольных).

Ответ: 42 мяча.

Комментарий. Если в решении дана только оценка, задачу следует оценить в 5 баллов. Если получен ответ методом подбора, то – 2 балла.