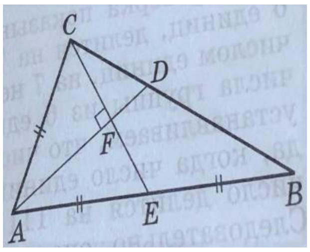
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Муниципальный этап. Ответы и решения.

8 класс.

8.1. Ответ. Догонит.
Решение. Скорость сближения волка и зайца – 50 м в минуту. Значит, волку, чтобы догнать зайца надо $\frac{3}{5}$ минуты. Но за это время заяц пробежит 330 м, то есть чуть-чуть не успеет в укрытие.

8.2. Решение. Заметим, что указанные медиана и биссектриса не могут выходить из одной вершины, так как в противном случае угол при этой вершине был бы больше 180°. Пусть теперь в треугольнике ABC биссектриса AD и медиана CE пересекаются в точке F. Тогда AF – биссектриса и высота в треугольнике ACE, значит, этот треугольник равнобедренный ($AC=AE$), а так как CE – медиана, то $AB=2AE$ и, следовательно, $AB=2AC$.



8.3. Решение. Квадрат любого целого числа при делении на 4 дает в остатке либо 0, либо 1. Тогда разность квадратов двух целых чисел может давать при делении на 4 в остатке 0, 1 или 3. Число 2022=4·505+2 при делении на 4 дает остаток 2. Следовательно, оно не может быть разностью квадратов целых чисел.

8.4. Ответ. Нельзя.
Решение. Пусть $a, b, c, d, e, f, g, h, k$ – искомая расстановка.

a	b	c
d	e	f
g	h	k

Тогда из простоты сумм $a + b, b + c,\ldots, a + d,\ldots, f + k$ следует их нечетность (каждая сумма больше 2). Значит, в любой паре соседних клеток одно число четное, а другое нечетное. Но от 1 до 9 всего 4 четных числа, следовательно, четными являются числа b, d, f, h, т.е. вместе с центральной клеткой они образуют суммы $e + 2$, $e + 4$, $e + 6$, $e + 8$. Но из четырех последовательных нечетных чисел одно обязательно делится на 3, и простым числом, делящимся на 3, является только 3. Значит, $e = 1$. Но тогда сумма $e + 8 = 9$ не является простой.

8.5. Решение. Занумеруем по порядку спортсменов в шеренге и рассмотрим первых 20 спортсменов. Разобьем их на пары с номерами, различающимися на 10: (a, a+10), 1≤ a ≤10. По условию в каждой такой паре не более одного спортсмена в красном костюме. Поэтому среди первых 20 не более 10 спортсменов одеты в красные костюмы. Рассуждая аналогично, получаем такое же утверждение и для остальных групп по 20 спортсменов: 21 – 40, 41 – 60, 61 – 80, 81 – 100. Всего не более 50 спортсменов.