

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 10 класса, 2022–2023 учебный год

1. В комод лежат 23 носка: 8 белых и 15 чёрных. Раз в минуту Марина подходит к комоду и вытаскивает из него носок. Если в какой-то момент Марина достаёт суммарно больше чёрных носков, чем белых, она восклицает: «Наконец-то!» — и заканчивает процесс.

Какое наибольшее число носков может достать Марина, прежде чем воскликнет: «Наконец-то!»? В ответе учитывается носок, который Марина достала последним.

2. Слитки высокообогащённого урана необходимо помещать на хранение таким образом, чтобы расстояние до ближайшего слитка было как можно больше. Если подходящих мест несколько, выбирается любое из них. К сожалению, никто не знает, сколько слитков нужно будет хранить. Слитки прибывают по одному. После помещения на хранение слиток нельзя передвигать.

Пустой складской комплекс имеет 89 камер хранения, размещённых в один ряд. Первый прибывший слиток кладут в комнату 1, а второй, согласно рекомендациям, кладут в помещение 89.

В каком помещении может оказаться 6-й прибывший брусок? Укажите все возможные варианты ответа.

3. Натуральное число n таково, что $n + 2$ делится на 3, а $n + 3$ делится на 4. Какие из следующих утверждений гарантированно верны, т.е. выполняются для всех n , подходящих под условие?

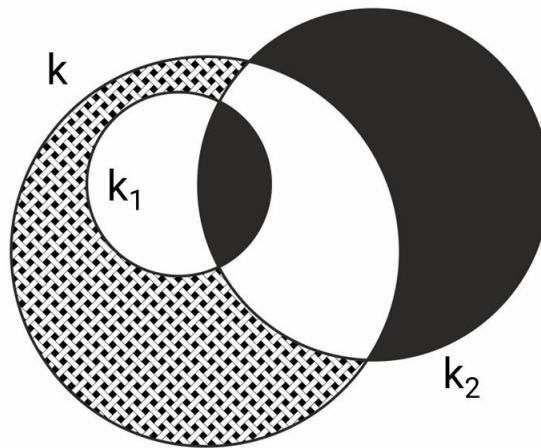
- a) $n + 4$ делится на 5;
- b) $n + 5$ делится на 6;
- c) $n + 6$ делится на 7;
- d) $n + 7$ делится на 8.

4. На описанной окружности квадрата $ABCD$ отмечена точка M такая, что $\angle MAB = 18^\circ$. Отрезок MD пересекает диагональ AC в точке Q .

Какие значения может принимать величина угла $\angle AQD$? Ответ выразите в градусах. Укажите все возможные варианты ответа.

5. Сторона квадрата $ABCD$ равна 28. На стороне CD отмечена точка E , а внутри квадрата — точка P так, что $PE \perp CD$, а $AP = PB = PE$. Найдите длину отрезка AP . Если необходимо, ответ округлите до сотых.

6. Окружность k_1 радиуса 8 см лежит внутри окружности k . Обе окружности пересекают окружность k_2 радиуса 15 см, как показано на рисунке. Чему равен радиус k , если заштрихованная площадь внутри k , но вне k_1 , равна общей площади заштрихованных областей внутри k_2 ?



7. Строителям нужно выложить пол в небольшом домике маленькими квадратными плитками. Заказчик говорит, что предпочтительней вариант, в котором красных плиток больше. Для вариантов с одинаковым количеством красных плиток предпочтительней тот, в котором больше оранжевых; и вообще, предпочтения заказчика по цветам: красный, оранжевый, жёлтый, зелёный, синий, индиго. Его жена же хочет совершенно наоборот:

- плиток цвета индиго должно быть хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых, зелёных и синих вместе взятых;
- плиток синего цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых и зелёных вместе взятых;
- плиток зелёного цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых и жёлтых вместе взятых;
- плиток жёлтого цвета — хотя бы столько, сколько красных и оранжевых вместе взятых;
- плиток оранжевого цвета — хотя бы столько, сколько красных.

На пол нужно 100 плиток.

Сколько плиток зелёного цвета потребуется, если взять наиболее предпочтительный для заказчика вариант, который также удовлетворяет условиям его жены?

8. Число a — корень уравнения $x^{11} + x^7 + x^3 = 1$. Укажите все натуральные значения n , при которых выполняется равенство $a^4 + a^3 = a^n + 1$.

Информация о других клонах

1. В комодe лежат 17 носков: 5 белых и 12 чёрных. Раз в минуту Марина подходит к комоду и вытаскивает из него носок. Если в какой-то момент Марина достаёт суммарно больше чёрных носков, чем белых, она восклицает: «Наконец-то!» — и заканчивает процесс.

Какое наибольшее число носков может достать Марина, прежде чем воскликнет: «Наконец-то!»? В ответе учитывается носок, который Марина достала последним.

1. В комодe лежат 33 носка: 13 белых и 20 чёрных. Раз в минуту Марина подходит к комоду и вытаскивает из него носок. Если в какой-то момент Марина достаёт суммарно больше чёрных носков, чем белых, она восклицает: «Наконец-то!» — и заканчивает процесс.

Какое наибольшее число носков может достать Марина, прежде чем воскликнет: «Наконец-то!»? В ответе учитывается носок, который Марина достала последним.

1. В комодe лежат 27 носков: 10 белых и 17 чёрных. Раз в минуту Марина подходит к комоду и вытаскивает из него носок. Если в какой-то момент Марина достаёт суммарно больше чёрных носков, чем белых, она восклицает: «Наконец-то!» — и заканчивает процесс.

Какое наибольшее число носков может достать Марина, прежде чем воскликнет: «Наконец-то!»? В ответе учитывается носок, который Марина достала последним.

2. Слитки высокообогащённого урана необходимо помещать на хранение таким образом, чтобы расстояние до ближайшего слитка было как можно больше. Если подходящих мест несколько, выбирается любое из них. К сожалению, никто не знает, сколько слитков нужно будет хранить. Слитки прибывают по одному. После помещения на хранение слиток нельзя передвигать.

Пустой складской комплекс имеет 161 камеру хранения, размещённых в один ряд. Первый прибывший слиток кладут в комнату 1, а второй, согласно рекомендациям, кладут в помещение 161.

В каком помещении может оказаться 6-й прибывший брусок? Укажите все возможные варианты ответа.

2. Слитки высокообогащённого урана необходимо помещать на хранение таким образом, чтобы расстояние до ближайшего слитка было как можно больше. Если подходящих мест несколько, выбирается любое из них. К сожалению, никто не знает, сколько слитков нужно будет хранить. Слитки прибывают по одному. После помещения на хранение слиток нельзя передвигать.

Пустой складской комплекс имеет 121 камеру хранения, размещённых в один ряд. Первый прибывший слиток кладут в комнату 1, а второй, согласно рекомендациям, кладут в помещение 121.

В каком помещении может оказаться 6-й прибывший брусок? Укажите все возможные варианты ответа.

2. Слитки высокообогащённого урана необходимо помещать на хранение таким образом, чтобы расстояние до ближайшего слитка было как можно больше. Если подходящих мест несколько, выбирается любое из них. К сожалению, никто не знает, сколько слитков нужно будет хранить. Слитки прибывают по одному. После помещения на хранение слиток нельзя передвигать.

Пустой складской комплекс имеет 81 камеру хранения, размещённых в один ряд. Первый прибывший слиток кладут в комнату 1, а второй, согласно рекомендациям, кладут в помещение 81.

В каком помещении может оказаться 6-й прибывший брусок? Укажите все возможные варианты ответа.

3. Натуральное число n таково, что $n + 2$ делится на 2, а $n + 3$ делится на 3. Какие из следующих утверждений гарантированно верны, т.е. выполняются для всех n , подходящих под условие?

а) $n + 4$ делится на 4;

- b) $n + 5$ делится на 5;
- c) $n + 6$ делится на 6;
- d) $n + 7$ делится на 7.

3. Натуральное число n таково, что $n + 1$ делится на 2, а $n + 2$ делится на 3. Какие из следующих утверждений гарантированно верны, т.е. выполняются для всех n , подходящих под условие?

- a) $n + 3$ делится на 4;
- b) $n + 4$ делится на 5;
- c) $n + 5$ делится на 6;
- d) $n + 6$ делится на 7.

3. Натуральное число n таково, что $n + 3$ делится на 3, а $n + 4$ делится на 4. Какие из следующих утверждений гарантированно верны, т.е. выполняются для всех n , подходящих под условие?

- a) $n + 5$ делится на 5;
- b) $n + 6$ делится на 6;
- c) $n + 7$ делится на 7;
- d) $n + 8$ делится на 8.

4. На описанной окружности квадрата $ABCD$ отмечена точка M такая, что $\angle MAB = 21^\circ$. Отрезок MD пересекает диагональ AC в точке Q .

Какие значения может принимать величина угла $\angle AQD$? Ответ выразите в градусах. Укажите все возможные варианты ответа.

4. На описанной окружности квадрата $ABCD$ отмечена точка M такая, что $\angle MAB = 23^\circ$. Отрезок MD пересекает диагональ AC в точке Q .

Какие значения может принимать величина угла $\angle AQD$? Ответ выразите в градусах. Укажите все возможные варианты ответа.

4. На описанной окружности квадрата $ABCD$ отмечена точка M такая, что $\angle MAB = 24^\circ$. Отрезок MD пересекает диагональ AC в точке Q .

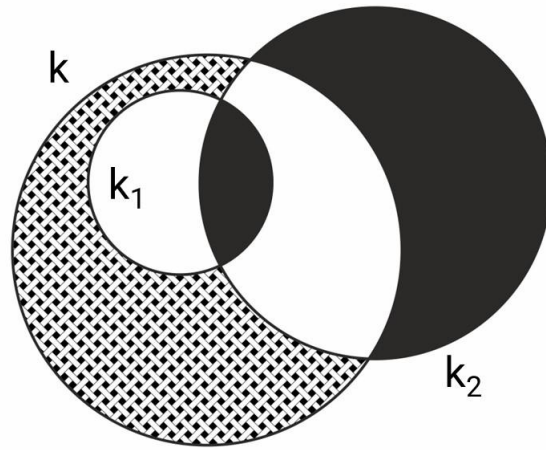
Какие значения может принимать величина угла $\angle AQD$? Ответ выразите в градусах. Укажите все возможные варианты ответа.

5. Сторона квадрата $ABCD$ равна 20. На стороне CD отмечена точка E , а внутри квадрата — точка P так, что $PE \perp CD$, а $AP = PB = PE$. Найдите длину отрезка AP . Если необходимо, ответ округлите до сотых.

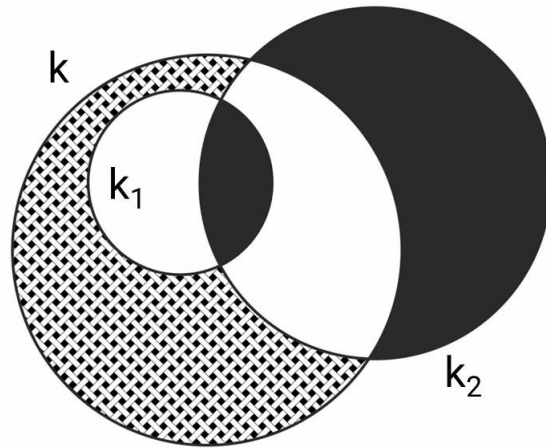
5. Сторона квадрата $ABCD$ равна 36. На стороне CD отмечена точка E , а внутри квадрата — точка P так, что $PE \perp CD$, а $AP = PB = PE$. Найдите длину отрезка AP . Если необходимо, ответ округлите до сотых.

5. Сторона квадрата $ABCD$ равна 12. На стороне CD отмечена точка E , а внутри квадрата — точка P так, что $PE \perp CD$, а $AP = PB = PE$. Найдите длину отрезка AP . Если необходимо, ответ округлите до сотых.

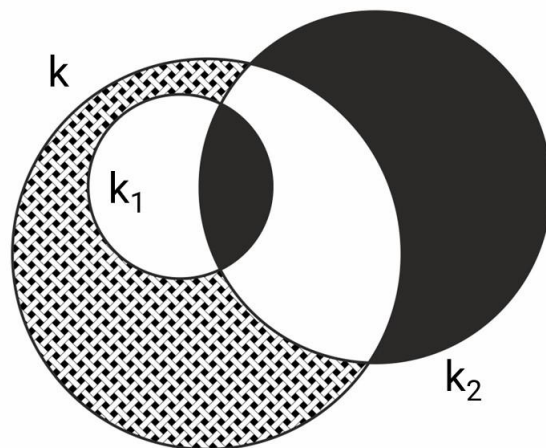
6. Окружность k_1 радиуса 5 см лежит внутри окружности k . Обе окружности пересекают окружность k_2 радиуса 12 см, как показано на рисунке. Чему равен радиус k , если заштрихованная площадь внутри k , но вне k_1 , равна общей площади заштрихованных областей внутри k_2 ?



Окружность k_1 радиуса 7 см лежит внутри окружности k . Обе окружности пересекают окружность k_2 радиуса 24 см, как показано на рисунке. Чему равен радиус k , если заштрихованная площадь внутри k , но вне k_1 , равна общей площади заштрихованных областей внутри k_2 ?



6. Окружность k_1 радиуса 12 см лежит внутри окружности k . Обе окружности пересекают окружность k_2 радиуса 35 см, как показано на рисунке. Чему равен радиус k , если заштрихованная площадь внутри k , но вне k_1 , равна общей площади заштрихованных областей внутри k_2 ?



7. Строителям нужно выложить пол в небольшом домике маленькими квадратными плитками. Заказчик говорит, что предпочтительней вариант, в котором красных плиток больше. Для вариантов с одинаковым количеством красных плиток предпочтительней тот, в котором больше оранжевых; и вообще, предпочтения заказчика по цветам: красный, оранжевый, жёлтый, зелёный, синий, индиго. Его жена же хочет совершенно наоборот:

- плиток цвета индиго должно быть хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых, зелёных и синих вместе взятых;
- плиток синего цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых и зелёных вместе взятых;
- плиток зелёного цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых и жёлтых вместе взятых;
- плиток жёлтого цвета — хотя бы столько, сколько красных и оранжевых вместе взятых;
- плиток оранжевого цвета — хотя бы столько, сколько красных.

На пол нужно 90 плиток.

Сколько плиток синего цвета потребуется, если взять наиболее предпочтительный для заказчика вариант, который также удовлетворяет условиям его жены?

7. Строителям нужно выложить пол в небольшом домике маленькими квадратными плитками. Заказчик говорит, что предпочтительней вариант, в котором красных плиток больше. Для вариантов с одинаковым количеством красных плиток предпочтительней тот, в котором больше оранжевых; и вообще, предпочтения заказчика по цветам: красный, оранжевый, жёлтый, зелёный, синий, индиго. Его жена же хочет совершенно наоборот:

- плиток цвета индиго должно быть хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых, зелёных и синих вместе взятых;
- плиток синего цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых и зелёных вместе взятых;
- плиток зелёного цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых и жёлтых вместе взятых;
- плиток жёлтого цвета — хотя бы столько, сколько красных и оранжевых вместе взятых;
- плиток оранжевого цвета — хотя бы столько, сколько красных.

На пол нужно 110 плиток.

Сколько плиток жёлтого цвета потребуется, если взять наиболее предпочтительный для заказчика вариант, который также удовлетворяет условиям его жены?

7. Строителям нужно выложить пол в небольшом домике маленькими квадратными плитками. Заказчик говорит, что предпочтительней вариант, в котором красных плиток больше. Для вариантов с одинаковым количеством красных плиток предпочтительней тот, в котором больше оранжевых; и вообще, предпочтения заказчика по цветам: красный, оранжевый, жёлтый, зелёный, синий, индиго. Его жена же хочет совершенно наоборот:

- плиток цвета индиго должно быть хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых, зелёных и синих вместе взятых;
- плиток синего цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых, жёлтых и зелёных вместе взятых;
- плиток зелёного цвета — хотя бы столько, сколько красных, оранжевых и жёлтых вместе взятых;
- плиток жёлтого цвета — хотя бы столько, сколько красных и оранжевых вместе взятых;

- плиток оранжевого цвета — хотя бы столько, сколько красных.

На пол нужно 150 плиток.

Сколько плиток оранжевого цвета потребуется, если взять наиболее предпочтительный для заказчика вариант, который также удовлетворяет условиям его жены?

8. Число a — корень уравнения $x^{13} + x^9 + x^5 = 1$. Укажите все натуральные значения n , при которых выполняется равенство $a^5 + a^4 = a^n + 1$.

8. Число a — корень уравнения $x^{13} + x^8 + x^3 = 1$. Укажите все натуральные значения n , при которых выполняется равенство $a^5 + a^3 = a^n + 1$.

8. Число a — корень уравнения $x^{11} + x^8 + x^5 = 1$. Укажите все натуральные значения n , при которых выполняется равенство $a^5 + a^3 = a^n + 1$.

8. Число a — корень уравнения $x^{13} + x^{10} + x^7 = 1$. Укажите все натуральные значения n , при которых выполняется равенство $a^7 + a^3 = a^n + 1$.