

Школьный этап ВСОШ по математике, 2022-2023 учебный год, 10 класс.

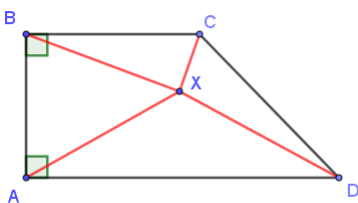
1.1. В лыжной гонке Петя и Вася стартовали одновременно. Вася всю гонку пробежал с постоянной скоростью 12 км/ч. Петя первую половину дистанции бежал со скоростью 9 км/ч и отстал от Васи. Какой должна быть скорость Пети на второй половине дистанции, чтобы ему удалось догнать Васю и прийти к финишу одновременно с товарищем? Ответ выразите в км/ч.

2.1. На 40 клеток шахматной доски 8×8 положили по камню. Посчитали произведение количества камней, лежащих на белых клетках, и количества камней, лежащих на чёрных клетках. Найдите минимальное возможное значение этого произведения.

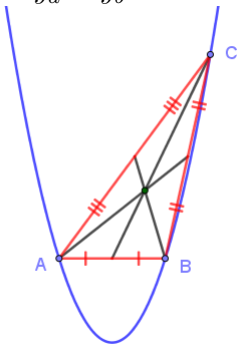
3.1. У Коли было 10 листов бумаги. На первом шаге он выбирает один лист и делит его на две части. На втором шаге — выбирает один лист из имеющихся и делит его на 3 части, на третьем шаге — выбирает один лист из имеющихся и делит его на 4, и т.д. После какого шага количество листов впервые превзойдёт 500?

4.1. Случайным образом выбирается двузначное натуральное число \overline{ab} от 21 до 45 (вероятность выбора одна и та же для всех чисел). Вероятность того, что число $\overline{a8573b}$ будет делиться на 6, равна p процентов. Найдите p .

5.1. В трапеции $ABCD$: $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $AD = 2\sqrt{7}$, $AB = \sqrt{21}$, $BC = 2$. Какое наименьшее значение может принимать сумма длин $XA + XB + XC + XD$, где X — произвольная точка плоскости?



6.1. На параболe $y = x^2 - 4x - 1$ взяты три различные точки $A(x_a, y_a)$, $B(x_b, y_b)$, $C(x_c, y_c)$. Известно, что $x_c = 5$ и $y_a = y_b$. Найдите абсциссу точки пересечения медиан треугольника ABC .



7.1. В ряд выписаны числа $\sqrt{7,301}, \sqrt{7,302}, \sqrt{7,303}, \dots, \sqrt{16,002}, \sqrt{16,003}$ (под знаком корня — последовательные члены арифметической прогрессии с разностью 0,001). Найдите количество рациональных чисел среди выписанных.

8.1. 72 вершины правильного 3600-угольника покрашены красным так, что покрашенные вершины являются вершинами правильного 72-угольника. Сколькими способами можно выбрать 40 вершин данного 3600-угольника так, чтобы они являлись вершинами правильного 40-угольника и ни одна из них не была красной?