

Всероссийская олимпиада школьников по математике
школьный этап 2022-2023
группа 1
Задания и решения

18 октября 2022 г.

9 класс

1. Вариант 1.

Найдите сумму:

$$(-2021) + (-2020) + (-2019) + \dots + 2023 + 2024$$

Вариант 2.

Найдите сумму:

$$(-2022) + (-2021) + (-2020) + \dots + 2023 + 2024$$

Вариант 3.

Найдите сумму:

$$(-2021) + (-2020) + (-2019) + \dots + 2022 + 2023$$

Вариант 4.

Найдите сумму:

$$(-2022) + (-2021) + (-2020) + \dots + 2024 + 2025$$

2. Вариант 1.

В некотором трёхзначном числе N переставили две последние цифры и сложили полученное число с исходным. Получилось четырёхзначное число, начинающееся на 173. Найдите наибольшую возможную сумму цифр числа N .

Вариант 2.

В некотором трёхзначном числе N переставили две последние цифры и сложили полученное число с исходным. Получилось четырёхзначное число, начинающееся на 155. Найдите наибольшую возможную сумму цифр числа N .

Вариант 3.

В некотором трёхзначном числе N переставили две последние цифры и сложили полученное число с исходным. Получилось четырёхзначное число, начинающееся на 138. Найдите наибольшую возможную сумму цифр числа N .

Вариант 4.

В некотором трёхзначном числе N переставили две последние цифры и сложили полученное число с исходным. Получилось четырёхзначное число, начинающееся на 112. Найдите наибольшую возможную сумму цифр числа N .

3. Вариант 1.

В посёлке проживают 7 человек. Некоторые из них лжецы, которые всегда лгут, а остальные – рыцари (всегда говорят правду). Каждый житель сказал про каждого из остальных, рыцарь он или лжец. Всего было получено 42 ответа, причем в 24 случаях житель назвал односельчанина лжецом. Какое минимальное количество рыцарей может проживать в посёлке?

Вариант 2.

В посёлке проживают 9 человек. Некоторые из них лжецы, которые всегда лгут, а остальные – рыцари (всегда говорят правду). Каждый житель сказал про каждого из остальных, рыцарь он или лжец. Всего было получено 72 ответа, причем в 28 случаях житель назвал односельчанина лжецом. Какое максимальное количество рыцарей может проживать в посёлке?

Вариант 3.

В посёлке проживают 9 человек. Некоторые из них лжецы, которые всегда лгут, а остальные – рыцари (всегда говорят правду). Каждый житель сказал про каждого из остальных, рыцарь он или лжец. Всего было получено 72 ответа, причем в 40 случаях житель назвал односельчанина лжецом. Какое минимальное количество рыцарей может проживать в посёлке?

Вариант 4.

В посёлке проживают 9 человек. Некоторые из них лжецы, которые всегда лгут, а остальные – рыцари (всегда говорят правду). Каждый житель сказал про каждого из остальных, рыцарь он или лжец. Всего было получено 72 ответа, причем в 40 случаях житель назвал односельчанина лжецом. Какое максимальное количество рыцарей может проживать в посёлке?

4. Вариант 1.

Дан равносторонний треугольник ABC площади 210. Внутри него закрасили красным цветом точки, для которых вершина A является не самой ближней и не самой далекой. Какую площадь имеет закрашенная часть треугольника?

Вариант 2.

Дан равносторонний треугольник ABC площади 129. Внутри него закрасили красным цветом точки, для которых вершина A является не самой ближней и не самой далекой. Какую площадь имеет закрашенная часть треугольника?

Вариант 3.

Дан равносторонний треугольник ABC площади 201. Внутри него закрасили красным цветом точки, для которых вершина A является не самой ближней и не самой далекой. Какую площадь имеет закрашенная часть треугольника?

Вариант 4.

Дан равносторонний треугольник ABC площади 216. Внутри него закрасили красным цветом точки, для которых вершина A является не самой ближней и не самой далекой. Какую площадь имеет закрашенная часть треугольника?

5. Вариант 1.

Какую наименьшую сумму могут иметь девять последовательных натуральных чисел, если эта сумма оканчивается на 3040102?

Вариант 2.

Какую наименьшую сумму могут иметь девять последовательных натуральных чисел, если эта сумма оканчивается на 2050306?

Вариант 3.

Какую наименьшую сумму могут иметь девять последовательных натуральных чисел, если эта сумма оканчивается на 1020156?

Вариант 4.

Какую наименьшую сумму могут иметь девять последовательных натуральных чисел, если эта сумма оканчивается на 1230456?

Ответ. 61230456.

6. Вариант 1.

Какой наибольший корень может иметь уравнение

$$(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d),$$

если известно, что $a + d = b + c = 2022$, а числа a и c различны?

Вариант 2.

Какой наибольший корень может иметь уравнение

$$(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d),$$

если известно, что $a + d = b + c = 1234$, а числа a и c различны?

Вариант 3.

Какой наибольший корень может иметь уравнение

$$(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d),$$

если известно, что $a + d = b + c = 1122$, а числа a и c различны?

Вариант 4.

Какой наибольший корень может иметь уравнение

$$(x - a)(x - b) = (x - c)(x - d),$$

если известно, что $a + d = b + c = 3322$, а числа a и c различны?

7. Вариант 1.

В квадрате 101×101 угловой квадрат 88×88 закрашен красным цветом. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ферзей удастся поставить на доску, не размещая фигуры на красных клетках? *Ферзь бьёт по горизонтали, по вертикали и параллельно диагоналям квадрата. Бить через закрашенные клетки можно.*

Вариант 2.

В квадрате 96×96 угловой квадрат 85×85 закрашен красным цветом. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ферзей удастся поставить на доску, не размещая фигуры на красных клетках? Ферзь бьёт по горизонтали, по вертикали и параллельно диагоналям квадрата. Бить через закрашенные клетки можно.

Вариант 3.

В квадрате 102×102 угловой квадрат 84×84 закрашен красным цветом. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ферзей удастся поставить на доску, не размещая фигуры на красных клетках? Ферзь бьёт по горизонтали, по вертикали и параллельно диагоналям квадрата. Бить через закрашенные клетки можно.

Вариант 4.

В квадрате 103×103 угловой квадрат 84×84 закрашен красным цветом. Какое наибольшее количество не бьющих друг друга ферзей удастся поставить на доску, не размещая фигуры на красных клетках? Ферзь бьёт по горизонтали, по вертикали и параллельно диагоналям квадрата. Бить через закрашенные клетки можно.

8. Вариант 1.

Прямая, параллельная катету AC прямоугольного треугольника ABC , пересекает катет BC в точке K , а гипотенузу AB – в точке N . На катете AC выбрана точка M так, что $MK = MN$. Найдите отношение $\frac{AM}{MC}$, если $\frac{BK}{BC} = 14$.

Вариант 2.

Прямая, параллельная катету AC прямоугольного треугольника ABC , пересекает катет BC в точке K , а гипотенузу AB – в точке N . На катете AC выбрана точка M так, что $MK = MN$. Найдите отношение $\frac{AM}{MC}$, если $\frac{BK}{BC} = 16$.

Вариант 3.

Прямая, параллельная катету AC прямоугольного треугольника ABC , пересекает катет BC в точке K , а гипотенузу AB – в точке N . На катете AC выбрана точка M так, что $MK = MN$. Найдите отношение $\frac{AM}{MC}$, если $\frac{BK}{BC} = 15$.

Вариант 4.

Прямая, параллельная катету AC прямоугольного треугольника ABC , пересекает катет BC в точке K , а гипотенузу AB – в точке N . На катете AC выбрана точка M так, что $MK = MN$. Найдите отношение $\frac{AM}{MC}$, если $\frac{BK}{BC} = 13$.