

## 10 класс

**Задача 10.1.1.** Саша уже неделю смотрит все серии интересного сериала подряд. Вчера Саша посмотрел 9 серий, а сегодня всего 6. Оказалось, что сумма номеров всех серий, просмотренных вчера, равна сумме номеров всех серий, просмотренных сегодня. Какой номер имеет последняя просмотренная Сашей серия? (Серии нумеруются последовательными натуральными числами, начиная с 1.)

**Задача 10.1.2.** Саша уже неделю смотрит все серии интересного сериала подряд. Вчера Саша посмотрел 9 серий, а сегодня всего 7. Оказалось, что сумма номеров всех серий, просмотренных вчера, равна сумме номеров всех серий, просмотренных сегодня. Какой номер имеет последняя просмотренная Сашей серия? (Серии нумеруются последовательными натуральными числами, начиная с 1.)

**Задача 10.1.3.** Саша уже неделю смотрит все серии интересного сериала подряд. Вчера Саша посмотрел 10 серий, а сегодня всего 5. Оказалось, что сумма номеров всех серий, просмотренных вчера, равна сумме номеров всех серий, просмотренных сегодня. Какой номер имеет последняя просмотренная Сашей серия? (Серии нумеруются последовательными натуральными числами, начиная с 1.)

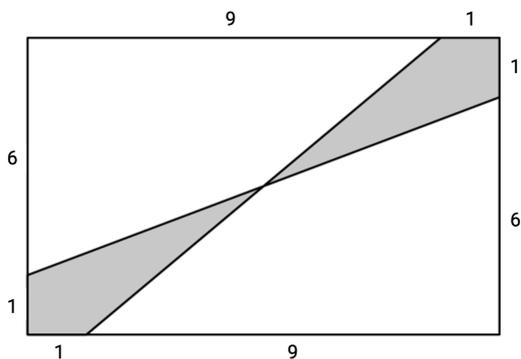
**Задача 10.2.1.** В магазине продаются 15 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 6 видов, Борис — 11, а Денис — 13. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Борис?

**Задача 10.2.2.** В магазине продаются 15 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 7 видов, Борис — 11, а Денис — 12. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Борис?

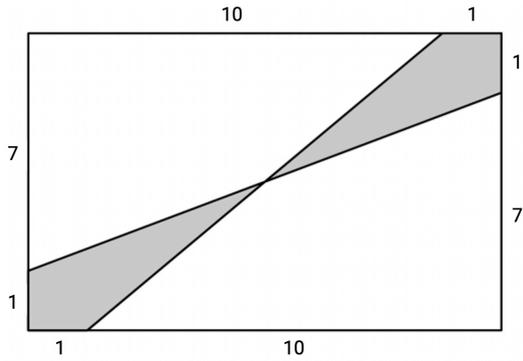
**Задача 10.2.3.** В магазине продаются 16 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 9 видов, Борис — 11, а Денис — 12. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Борис?

**Задача 10.2.4.** В магазине продаются 15 видов шоколада. За неделю Андрей попробовал 7 видов, Борис — 10, а Денис — 13. Оказалось, что ни один вид шоколада не продегустировали все трое. Сколько видов шоколада попробовали и Андрей, и Денис?

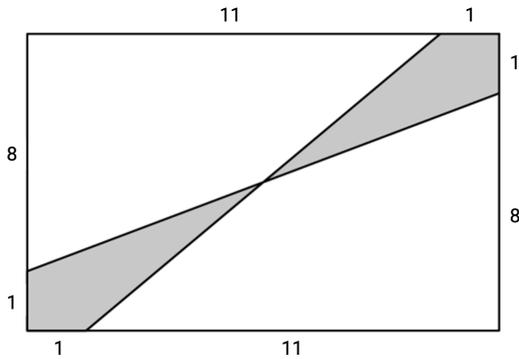
**Задача 10.3.1.** Дан прямоугольник  $7 \times 10$ . Чему равна площадь закрашенной фигуры?



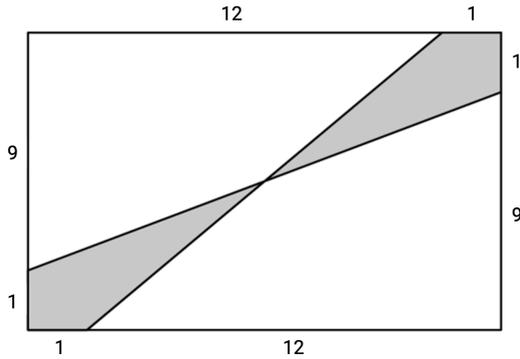
**Задача 10.3.2.** Дан прямоугольник  $8 \times 11$ . Чему равна площадь закрашенной фигуры?



**Задача 10.3.3.** Дан прямоугольник  $9 \times 12$ . Чему равна площадь закрашенной фигуры?



**Задача 10.3.4.** Дан прямоугольник  $10 \times 13$ . Чему равна площадь, заштрихованная на картинке?



**Задача 10.4.1.** В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, 201, 201, \dots, 201$$

каждое число  $n$  встречается ровно  $n$  раз для всех  $1 \leq n \leq 201$ . Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

**Задача 10.4.2.** В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, 205, 205, \dots, 205$$

каждое число  $n$  встречается ровно  $n$  раз для всех  $1 \leq n \leq 205$ . Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

**Задача 10.4.3.** В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, 209, 209, \dots, 209$$

каждое число  $n$  встречается ровно  $n$  раз для всех  $1 \leq n \leq 209$ . Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

**Задача 10.4.4.** В ряду чисел

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, \dots, 213, 213, \dots, 213$$

каждое число  $n$  встречается ровно  $n$  раз для всех  $1 \leq n \leq 213$ . Выберем в этом ряду такое число, слева и справа от которого чисел поровну. Определите это число.

**Задача 10.5.1.** Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа  $n$  равна 10327. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?

**Задача 10.5.2.** Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа  $n$  равна 10373. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?

**Задача 10.5.3.** Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа  $n$  равна 10281. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?

**Задача 10.5.4.** Сумма трёх различных натуральных делителей нечётного натурального числа  $n$  равна 10419. Какое наименьшее значение может принимать  $n$ ?

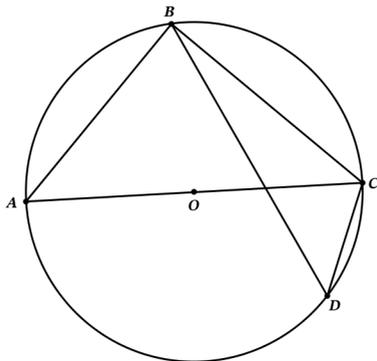
**Задача 10.6.1.** На плоскости дана точка  $P$ . Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку  $P$ , можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке  $P$  пересекал хотя бы 170 выбранных прямых?

**Задача 10.6.2.** На плоскости дана точка  $P$ . Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку  $P$ , можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке  $P$  пересекал хотя бы 160 выбранных прямых?

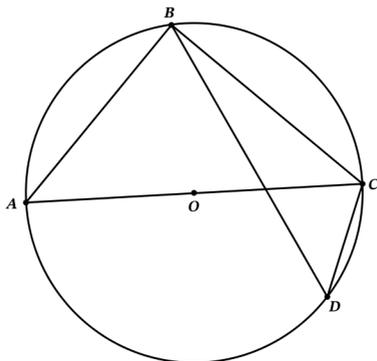
**Задача 10.6.3.** На плоскости дана точка  $P$ . Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку  $P$ , можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке  $P$  пересекал хотя бы 180 выбранных прямых?

**Задача 10.6.4.** На плоскости дана точка  $P$ . Какое наименьшее количество прямых, не проходящих через точку  $P$ , можно провести на плоскости так, чтобы любой луч с началом в точке  $P$  пересекал хотя бы 190 выбранных прямых?

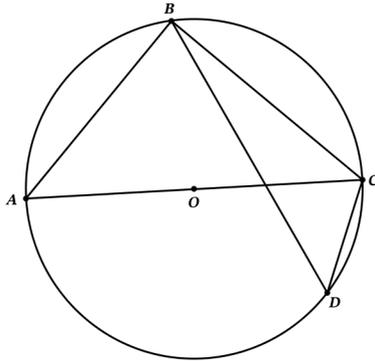
**Задача 10.7.1.** На окружности  $\omega$  по разные стороны от диаметра  $AC$  расположены точки  $B$  и  $D$ . Известно, что  $AB = 3\sqrt{6}$ ,  $CD = 3$ , а площадь треугольника  $ABC$  в три раза больше площади треугольника  $BDC$ . Найдите радиус окружности  $\omega$ .



**Задача 10.7.2.** На окружности  $\omega$  по разные стороны от диаметра  $AC$  расположены точки  $B$  и  $D$ . Известно, что  $AB = 5\sqrt{6}$ ,  $CD = 5$ , а площадь треугольника  $ABC$  в три раза больше площади треугольника  $BDC$ . Найдите радиус окружности  $\omega$ .



**Задача 10.7.3.** На окружности  $\omega$  по разные стороны от диаметра  $AC$  расположены точки  $B$  и  $D$ . Известно, что  $AB = 7\sqrt{6}$ ,  $CD = 7$ , а площадь треугольника  $ABC$  в три раза больше площади треугольника  $BDC$ . Найдите радиус окружности  $\omega$ .



**Задача 10.8.1.** Сколько существует троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 12) = \min(a, c) \cdot \min(b, 24)?$$

Здесь  $\min(x, y)$  — это наименьшее из чисел  $x$  и  $y$ , а  $\max(x, y)$  — наибольшее из чисел  $x$  и  $y$ .

**Задача 10.8.2.** Сколько существует троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 11) = \min(a, c) \cdot \min(b, 22)?$$

Здесь  $\min(x, y)$  — это наименьшее из чисел  $x$  и  $y$ , а  $\max(x, y)$  — наибольшее из чисел  $x$  и  $y$ .

**Задача 10.8.3.** Сколько существует троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 10) = \min(a, c) \cdot \min(b, 20)?$$

Здесь  $\min(x, y)$  — это наименьшее из чисел  $x$  и  $y$ , а  $\max(x, y)$  — наибольшее из чисел  $x$  и  $y$ .

**Задача 10.8.4.** Сколько существует троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , удовлетворяющих равенству

$$\max(a, b) \cdot \max(c, 13) = \min(a, c) \cdot \min(b, 26)?$$

Здесь  $\min(x, y)$  — это наименьшее из чисел  $x$  и  $y$ , а  $\max(x, y)$  — наибольшее из чисел  $x$  и  $y$ .