

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

10.1. (7 баллов)

На доске написаны числа $1, 2, \dots, 2020, 2021$. Игроки поочередно стирают с доски любые два числа и вместо них пишут модуль их разности до тех пор, пока останется одно число. Если это число будет чётным, то выигрывает первый игрок, а если нечётным, то второй. Кто побеждает в данной игре – первый, т.е. тот, кто начинает игру, или второй? Пропускать ход нельзя.

10.2. (7 баллов)

Прямые $l: y = kx + b$, $l_1: y = k_1x + b_1$, $l_2: y = k_2x + b_2$ касаются гиперболы $y = \frac{1}{x}$. Известно, что $b = b_1 + b_2$. Докажите, что $k \geq 2(k_1 + k_2)$.

10.3. (7 баллов)

На стороне AC треугольника ABC отмечены точки M и N (M лежит на отрезке AN). Известно, что $AB = AN$, $BC = MC$. Описанные окружности треугольников ABM и CBN пересекаются в точках B и K . Сколько градусов составляет угол AKC , если $\angle ABC = 68^\circ$?

10.4. (7 баллов)

Два разных цилиндра имеют одинаковую боковую поверхность, равную 100 см^2 . Докажите, что можно вырезать из бумаги параллелограмм площадью 100 см^2 , которым можно оклеить боковую поверхность как первого, так и второго цилиндра.

10.5. (7 баллов)

Решите уравнение $|2\sqrt{x} + 1 - x| + |x - 2\sqrt{x} + 2| = 7$.