

## 10 класс

1. В равностороннем треугольнике на каждой стороне отметили по 2 точки так, что они делят сторону на равные части. Эти точки и вершины треугольника (всего 9 точек) покрасили. Сколько существует равнобедренных треугольников с вершинами в покрашенных точках? Треугольники, отличающиеся только порядком вершин, то есть ABC и BAC, например, считаются за один.
2. Докажите, что в любом прямоугольном треугольнике длины катетов  $a$  и  $b$  и гипотенузы  $c$  удовлетворяют неравенству  $a^4 + b^4 < c^4$ .
3. Из множества натуральных чисел образовали следующую последовательность:  
1, 2+3, 4+5+6, 7+8+9+10 и т.д., где в каждой последующей сумме на одно слагаемое больше. Чему равен 2023-й член последовательности?
4. В треугольнике ABC синус угла A равен  $\frac{3}{5}$ . На стороне AC взяли точку M так, что  $CM=15$ , на стороне AB взяли точку N так, что  $BN=7$ ,  $AN=AM$ , T - середина NC, P - середина BM. Найдите длину отрезка PT.
5. Карта города Нью Васюки представляет собой прямоугольник со сторонами 8 км и 12 км. Иванов и Сидоров, перспективные айти-специалисты из города Нью Васюки, собираются разработать приложение «Дудл-карты» своего города для удобной навигации между восемью пунктами выдачи товаров маркетплейса «Закупон». Было решено разбить карту города на многоугольники так, чтобы в каждой точке многоугольника, содержащем какой-то пункт «Закупона», этот пункт был ближайшим к этой точке. На рис.1 приведен пример разбиения карты для двух пунктов. Пункты «Закупона» в Нью Васюках расположены так, как изображено на рис.2, а именно в вершинах и серединах сторон прямоугольника со сторонами 2 км и 4 км. Постройте разбиение карты, которое требуется Иванову и Сидорову. Объясните, почему оно должно быть именно таким.

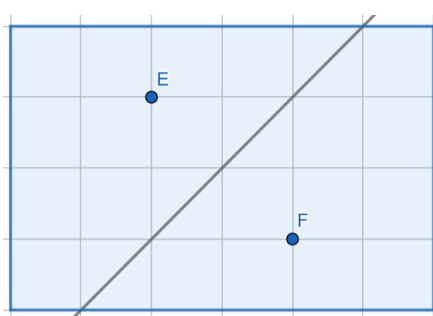


Рис.1

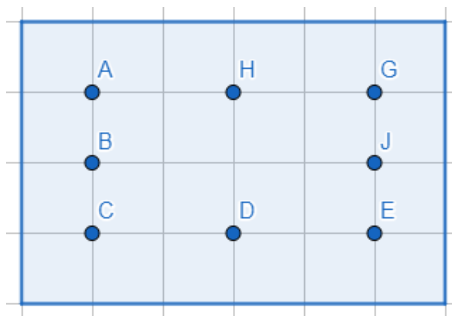


Рис.2

6. Найдите хотя бы одно решение уравнения

$$567x^3 + 171x^2 + 15x - 777 \dots 7555 \dots 5333 \dots 3 = 0$$

(свободный член содержит 2023 семерки, 2023 пятерки и 2023 тройки).