

Условия задач

(муниципальный этап олимпиады 2022 г.)

10 класс

1. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 4} \cdot |x| + \sqrt{x^2 - 4} \cdot x = 0$.

2. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD . Известно, что центр описанной вокруг $\triangle ABC$ окружности совпадает с центром окружности, вписанной в $\triangle BCD$. Найдите углы $\triangle ABC$.

3. Сколькими способами можно раскрасить все 13 частей круга (см. рис. 1) в три цвета так, чтобы никакие две части, окрашенные одинаково, не имели общей границы? Две раскраски считаются разными, если хотя бы одна из 13 частей окрашена по-другому.

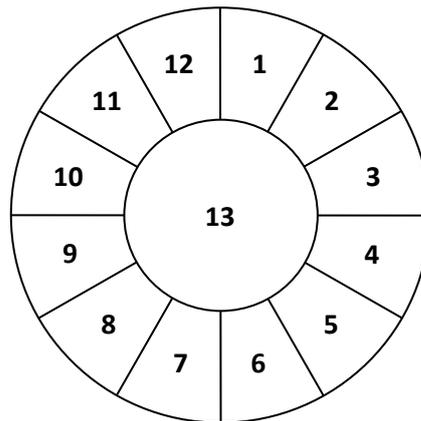


Рис. 1

4. Обозначим через $P(n)$ и $S(n)$ в соответствии произведение и сумма цифр натурального числа n . Например, $P(133) = 9$, $S(133) = 7$. Найдите все двузначные числа n , для которых выполняется равенство: $n = P(n) + S(n)$.

5. В каждой клетке квадратной таблицы 4×4 содержится число 0 или число 1. Рядом с таблицей записали 10 чисел: суммы чисел 4 строк, суммы чисел 4 столбцов и суммы чисел на каждой из 2-х больших диагоналей (тех диагоналей, содержащих по четыре клетки). Докажите, что среди полученных десяти чисел есть по крайней мере три одинаковых.