Министерство образования Кировской области
Центр дополнительного образования одарённых школьников

XLIX РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2022/23 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 10 КЛАССА

1. Есть пять батареек, из которых три заряжены, а две разряжены. Фотоаппарат работает от двух заряженных батареек. Можно вставить в него любые две батарейки и проверить, работает ли он. Как за четыре таких попытки гарантированно включить фотоаппарат?

2. Учитель написал на доске два числа. Петя поделил первое число на второе. Вася сложил оба числа и поделил полученную сумму на удвоенное первое число. Оказалось, что Петя и Вася получили один и тот же результат, не равный 1. Чему равен этот результат?

3. Острые углы α_1, α_2, α_3 таковы, что $\sin\alpha_1 = \cos\alpha_2$, $\sin\alpha_2 = \cos\alpha_3$, $\sin\alpha_3 = \cos\alpha_1$. Докажите, что все эти углы равны 45°.

4. В треугольнике ABC на стороне BC отмечены точки A_1 и A_2 (A_1 лежит между B и A_2) так, что $\angle BAA_1 = \angle A_1AA_2 = \angle A_2AC$, а на стороне AC — точки B_1 и B_2 (B_1 лежит между A и B_2) так, что $\angle ABB_1 = \angle B_1BB_2 = \angle B_2BC$. Оказалось, что как прямые AA_1 и BB_1, так и прямые AA_2 и BB_2 пересекаются на биссектрисе угла C. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

5. Можно ли выбрать в пространстве 100 прямых так, чтобы они пересекались ровно в 2022 точках?

6. На доске написано пять «уравнений» вида $x^2+\ldots x+\ldots = 0$. Двое по очереди вписывают вместо многоточий натуральные числа от 1 до 10, причём каждое число можно использовать только один раз. Игра заканчивается, когда все числа вписаны. Тот, кто делает первый ход, хочет, чтобы в этот момент на доске было как можно больше уравнений, имеющих по два различных корня, его соперник — чтобы их было как можно меньше. Какого наилучшего результата может добиться первый независимо от игры второго?

Не забывайте обосновывать ответы!