

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике  
2022-2023 учебный год**

**10 класс**

1. В клетках квадрата  $3 \times 3$  записаны буквы (см. рисунок). Можно ли их расставить так, чтобы каждые две буквы, исходно отстоявшие на ход коня, после перестановки оказались в клетках, отстоящих на ход короля?

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>

2. Квадратный трёхчлен  $ax^2 + 2bx + c$  имеет два различных корня, а квадратный трёхчлен  $a^2x^2 + 2b^2x + c^2$  корней не имеет. Докажите, что у первого трёхчлена корни разного знака.
3. Окружность проходит через вершину  $B$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно, и касается стороны  $AC$  в ее середине  $M$ . Известно, что  $AX = XM$ . Докажите, что  $CY = YM$ .
4. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за пять дней старик поймал ровно 100 рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня – понедельник, среду и пятницу?
5. Даны  $n + 1$  попарно различных натуральных чисел, меньших  $2n$  ( $n > 1$ ). Докажите, что среди них найдутся три таких числа, что сумма двух из них равна третьему.