

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
2022-2023 уч.г.
10 класс**

Инструкция по выполнению заданий:

Вам предлагается решить математические задачи, указав в каждой из них ответ и развёрнутое решение либо обоснование ответа. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Задачи можно решать в любом порядке. Время выполнения заданий - 240 минут.

10.1. Учитель математики договорился с пришедшими на факультатив одиннадцатью школьниками, что он выйдет из кабинета, а школьники договорятся между собой, кто из них будет лжецом (всегда лгать), а кто – рыцарем (всегда говорить правду). Когда учитель вернулся в класс, он попросил школьников, чтобы каждый из них сказал про каждого из остальных кто он: рыцарь или лжец. Из 110 ответов 56 были «Он – лжец». Какое наибольшее количество рыцарей могло быть среди школьников?

10.2. Можно ли разрезать куб $20 \times 20 \times 20$ на прямоугольные параллелепипеды такие, что у каждого из них длина, ширина и высота в некотором порядке являются последовательными натуральными числами?

10.3. Числа a , b , c – длины сторон треугольника. Докажите, что если в треугольнике угол, лежащий против стороны b , больше 60° , то уравнение $ax^2 + 2bx + c = 0$ имеет два различных корня.

10.4. На окружности с центром O и диаметрами AB и CD выбраны точки E и F так, что OD – биссектриса угла EOB и $AE = CF$ (точки E и F – по разные стороны от CD). Докажите, что хорда EF отсекает от угла EDC равнобедренный треугольник.

10.5. По кругу выписано 103 числа. Известно, что среди любых пяти подряд идущих чисел найдутся хотя бы два положительных числа. Какое наименьшее количество положительных чисел может быть среди этих 103 выписанных чисел?