

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
2022-2023 уч.г.  
10 класс**

*Инструкция по выполнению заданий:*

*Вам предлагается решить математические задачи, указав в каждой из них ответ и развёрнутое решение либо обоснование ответа. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Задачи можно решать в любом порядке. Время выполнения заданий - 240 минут.*

**10.1.** Учитель математики договорился с пришедшими на факультатив одиннадцатью школьниками, что он выйдет из кабинета, а школьники договорятся между собой, кто из них будет лжецом (всегда лгать), а кто – рыцарем (всегда говорить правду). Когда учитель вернулся в класс, он попросил школьников, чтобы каждый из них сказал про каждого из остальных кто он: рыцарь или лжец. Из 110 ответов 56 были «Он – лжец». Какое наибольшее количество рыцарей могло быть среди школьников?

**10.2.** Можно ли разрезать куб  $20 \times 20 \times 20$  на прямоугольные параллелепипеды такие, что у каждого из них длина, ширина и высота в некотором порядке являются последовательными натуральными числами?

**10.3.** Числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – длины сторон треугольника. Докажите, что если в треугольнике угол, лежащий против стороны  $b$ , больше  $60^\circ$ , то уравнение  $ax^2 + 2bx + c = 0$  имеет два различных корня.

**10.4.** На окружности с центром  $O$  и диаметрами  $AB$  и  $CD$  выбраны точки  $E$  и  $F$  так, что  $OD$  – биссектриса угла  $EOB$  и  $AE = CF$  (точки  $E$  и  $F$  – по разные стороны от  $CD$ ). Докажите, что хорда  $EF$  отсекает от угла  $EDC$  равнобедренный треугольник.

**10.5.** По кругу выписано 103 числа. Известно, что среди любых пяти подряд идущих чисел найдутся хотя бы два положительных числа. Какое наименьшее количество положительных чисел может быть среди этих 103 выписанных чисел?