

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
10 КЛАСС**

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические (письменные) задания.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

– не спеша, внимательно прочитайте задание и определите, наиболее верный и полный ход решения и ответ;

– отвечая на теоретический вопрос, обдумайте и сформулируйте конкретный ответ только на поставленный вопрос;

– запишите решение каждого теоретического вопроса.

Не спешите сдавать решения досрочно, ещё раз проверьте все решения и ответы.

Задание теоретического тура считается выполненным, если Вы вовремя сдаёте его членам жюри.

Время выполнения заданий – 235 минут (3 часа 55 минут).

Общее максимальное количество баллов за задания олимпиады – 35 баллов.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7 в зависимости от полноты ответа.

Задача 1

На плоскости Oxy расположена парабола $y(x) = x^2 + px + q$. На оси абсцисс выбраны точки a и b , при этом $a < b$. Известно, что $y(a) = y(b)$. Докажите, что абсцисса вершины параболы совпадает с серединой отрезка $[a, b]$.

Задача 2

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известны углы $\angle ACB = \angle ADB = \angle BAC = 20^\circ$. Чему равен угол $\angle BDC$?

Задача 3

Докажите, что число $5^{120} + 2^{150}$ делится на 13.

Задача 4

Дан квадрат 9×9 . На какое минимальное количество меньших квадратов (не обязательно равных) с целочисленными сторонами его можно разрезать?

Задача 5

У любознательной Димы есть 2022 одинаковых пуговицы, у каждой пуговицы одна из сторон чёрная, а другая белая. Дима разложил пуговицы по кругу так, что белой стороной вверх лежат 2021 пуговица, а последняя пуговица – чёрной. Дима придумал себе игру. За один ход можно одновременно перевернуть две пуговицы только в двух случаях:

- 1) эти пуговицы соседние и они лежат одинаковыми сторонами вверх,
- 2) эти пуговицы лежат через одну и повернуты разными сторонами вверх.

Удастся ли Диме перевернуть пуговицы так, чтобы каждая пуговица в итоге оказалась перевернутой относительно начального положения?