

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

10.1. Первая и вторая цифры двузначного числа N являются соответственно первым и вторым членами некоторой геометрической прогрессии, а само число N втрое больше третьего члена этой прогрессии. Найдите все такие числа N .

10.2. Вычислите значение выражения $\sqrt{2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 2022 + 1}$, не применяя калькулятор.

10.3. Дан прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = 3$ и $BC = 4$. Построим треугольник $A_1B_1C_1$, последовательно переместив точку A на некоторое расстояние параллельно отрезку BC (точка A_1), затем точку B – параллельно отрезку A_1C (точка B_1) и, наконец, точку C – параллельно отрезку A_1B_1 (точка C_1). Чему равна длина отрезка B_1C_1 , если оказалось, что угол $A_1B_1C_1$ прямой и $A_1B_1 = 1$?

10.4. Найдите все тройки простых чисел p , q и r , для которых числа $|p - q|$, $|q - r|$, $|r - p|$ также простые.

10.5. На гранях восьми кубиков нарисованы кляксы: по одной кляксе на двух противоположных гранях кубиков, по две кляксы еще на двух противоположных гранях кубиков и по три кляксы на двух оставшихся гранях. Из этих восьми кубиков сложили куб. Могло ли так оказаться, что число клякс на гранях полученного куба – шесть последовательных натуральных чисел?