

# Условия задач

(муниципальный этап олимпиады 2022 г.)

## 11 класс

1. Может ли один из углов треугольника  $(x)$  удовлетворять уравнению:  
 $\cos \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{3}$ ?

2. Из множества  $\{10; 11; 12; \dots; 19\}$  выбрали 5 различных чисел, а из множества  $\{90; 91; 92; \dots; 99\}$  также выбрали 5 разных чисел. Оказалось, что разность любых двух чисел из десяти выбранных не кратна 10. Найдите сумму всех 10 выбранных чисел.

3. Существует ли такое натуральное число  $n$ , для которых оба числа  $\frac{2n-5}{9}$  и  $\frac{n-2}{15}$  являются целыми?

4. Диагонали  $AC$  и  $BD$  выпуклого четырехугольника  $ABCD$  перпендикулярны и пересекаются в точке  $O$ . Окружности  $S_1, S_2, S_3, S_4$  с центрами в точках  $O_1, O_2, O_3, O_4$  и радиусами  $r_1, r_2, r_3, r_4$  вписаны в треугольники  $AOB, BOC, COD, DOA$ , соответственно. Докажите утверждение:

а)  $2(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \leq (2 - \sqrt{2})(AC + BD)$ ;

б)  $O_1O_2 + O_2O_3 + O_3O_4 + O_4O_1 \leq 2(\sqrt{2} - 1)(AC + BD)$ .

5. Функция  $y = f(x)$  удовлетворяет следующие условия:

а)  $f(4) = 2$ ;

б)  $f(n+1) = \frac{1}{f(0)+f(1)} + \frac{1}{f(1)+f(2)} + \dots + \frac{1}{f(n)+f(n+1)}$ ,  $n \geq 0$ .

Найдите значение  $f(2022)$ .