

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2022-2023 учебный год**

11 класс

1. Чудак не поленился и записал по кругу 2023 числа так, что каждое равно произведению двух соседей. Какое максимальное количество различных чисел могло быть использовано?
2. Про числа a и b известно, что система уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 + ax + b \\ x = y^2 + ay + b \end{cases}$$

имеет единственное решение. Докажите, что $a^2 = 2(a + 2b) - 1$.

3. Чудак выбрал 677 различных натуральных чисел из списка $1, 2, 3, \dots, 2022$. Он утверждает, что сумма никаких двух из выбранных им чисел не делится на 6. Не почудилось ли ему?
4. У чудака есть N единичных квадратиков, из которых он умудрился составить прямоугольник со сторонами, отличающимися на 9. Чудак не успокоился и составил из этих же N квадратиков другой прямоугольник, но уже со сторонами, отличающимися на 6. Найдите возможные значения N .
5. Касательные к описанной окружности треугольника ABC в точках A и C пересекаются в точке T . Лучи AB и TC пересекаются в точке S . Известно, что площади треугольников $\triangle ACT$, $\triangle ABC$ и $\triangle BCS$ совпадают. Докажите, что треугольник $\triangle ABC$ — прямоугольный.

Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов