

XLIX РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2022/23 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 11 КЛАССА

1. Высота Эйфелевой башни в Париже — 324 м, ее вес — 8000 т., она сделана целиком из стали. Какой высоты будет точная модель башни весом 1 кг из такой же стали?

2. Есть 22 батарейки, из которых 15 заряжены, а 7 разряжены. Фотоаппарат работает от трёх заряженных батареек. Можно вставить в него любые три батарейки и проверить, работает ли он. Как за 10 таких попыток гарантированно включить фотоаппарат?

3. Острые углы α_1 , α_2 , α_3 таковы, что $\sin \alpha_1 = \cos \alpha_2$, $\sin \alpha_2 = \cos \alpha_3$, $\sin \alpha_3 = \cos \alpha_1$. Докажите, что все эти углы равны 45° .

4. Существуют ли в пространстве шесть точек, расстояния между которыми принимают только два различных значения?

5. Внутри треугольника ABC даны две точки. Расстояния от одной из них до прямых AB , BC и AC равны соответственно 1, 3 и 15 см, а от другой — 4, 5 и 11 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

6. На доске написано пять «уравнений» вида $x^2 + \dots x + \dots = 0$. Двое по очереди вписывают вместо многоточий натуральные числа от 1 до 10, причём каждое число можно использовать только один раз. Игра заканчивается, когда все числа вписаны. Тот, кто делает первый ход, хочет, чтобы в этот момент на доске было как можно меньше уравнений, имеющих по два различных корня, а его соперник — чтобы их было как можно больше. Какого наилучшего результата может добиться первый независимо от игры второго?

Не забывайте обосновывать ответы!