

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике!

Выполняя задания, не спешите, так как ответы не всегда очевидны и требуют применения не только знаний, но и общей эрудиции, логики и творческого подхода.

На выполнение заданий отводится 235 минут.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.

Успеха Вам в работе!

1. Найдите максимальное значение произведения пяти натуральных чисел, при условии, что среднее арифметическое трех из них равно 12, а среднее арифметическое двух других равно 7.

2. В корзине лежат 200 бильярдных шаров с записанными на них числами 2, 3, 2^2 , 3^2 , ..., 2^{100} , 3^{100} , числа на шарах не повторяются. Сколькими способами можно выбрать 2 шара так, чтобы произведение чисел на выбранных шарах было кубом целого числа?

3. В то время как на водопой отправился находящийся в 6 минутах от него один львёнок, второй, уже утолив жажду, по той же дороге направился обратно в 1,5 раза быстрее первого. В это же время по той же дороге на водопой отправилась черепаха, находящаяся в 32 минутах от водопоя. Через какое-то время на нее наступил первый львёнок, а еще через 2 минуты и 24 секунды – второй. Через сколько минут после второго происшествия черепаха дошла до водопоя, если известно, что все трое двигались с постоянными скоростями?

4. На биссектрисе угла BAC треугольника ABC отмечена точка M , а на продолжении стороны AB за точку A – точка N так, что $AC = AM = 1$ и $\angle ANM = \angle CNM$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника CNM .

5. Пол большого квадратного ангара необходимо выложить крупногабаритными плитами двух размеров 2×2 и 5×1 . Длина ангара выражается целым числом и может быть больше 10, но меньше 20. При каких размерах ангара можно выложить пол так, чтобы было использовано одинаковое количество плит каждого размера? Можно ли при данных условиях разложить плиты так, чтобы на полу образовался орнамент, при этом повторяющийся элемент орнамента так же содержал одинаковое количество плит каждого размера? Приведите пример такой раскладки. Орнамент — узор, основанный на повторе и чередовании составляющих его элементов. (Резать плиты нельзя.)