

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

11.1 Сравните 2022^{2022} и 2023^{2021} .

11.2. Биссектрисы AD , BE и CF треугольника ABC пересекаются в точке O . Докажите, что если треугольники BOF и BOD имеют равные площади, то треугольник ABC равнобедренный.

11.3. Существует ли такое x , что значения выражений $tgx + \sqrt{3}$ и $ctgx + \sqrt{3}$ – целые числа?

11.4. Пусть A – множество таких натуральных чисел, которые записываются только с помощью цифр 1, 5 и 9, причем каждая цифра используется не менее одного раза. Может ли сумма 1001 различного числа из множества A быть полным квадратом?

11.5. Двое играют в следующую игру. Есть три кучки камней. В первой из них лежит 7 камней, во второй – 9 камней, в третьей – 11 камней. Ходят по очереди. За один ход разрешается либо взять из любой кучки один камень, либо взять по одному камню из любых двух кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть в этой игре независимо от ходов соперника?