

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников  
по математике  
2022-2023 учебный год**

**11 класс**

1. На конкурсе по бессмысленной деятельности участник записал по кругу 2022 числа так, что каждое равно произведению двух соседей. Какое максимальное количество различных чисел могло быть им использовано?
2. Известно, что для заданных чисел  $a$  и  $b$  система уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 + ax + b \\ x = y^2 + ay + b \end{cases}$$

- имеет более одного решения. Докажите, что  $a^2 > 2(a + 2b) - 1$ .
3. Другой участник конкурса по бессмысленной деятельности выписал 765 различных натуральных чисел из последовательности  $1, 2, 3, \dots, 2023$ . Он утверждает, что сумма никаких двух из выбранных им чисел не делится на 8. Не заблуждается ли уважаемый участник?
  4. Ещё один участник конкурса по бессмысленной деятельности притащил с собой  $N$  единичных квадратиков, из которых тут же, на глазах изумлённого жюри, составил прямоугольник со сторонами, отличающимися на 9. На этом участник не остановился и составил из этих же  $N$  квадратиков большой квадрат, но в этот раз 6 квадратиков у него остались лишними. Найдите возможные значения  $N$ .
  5. Касательные к описанной окружности прямоугольного треугольника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) в точках  $A$  и  $C$  пересекаются в точке  $T$ . Лучи  $AB$  и  $TC$  пересекаются в точке  $S$ . Известно, что площади треугольников  $\triangle ACT$  и  $\triangle BCS$  совпадают. Найдите отношение площадей треугольников  $\triangle ABC$  и  $\triangle ATS$ .

**Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов**