

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников  
по математике  
2022-2023 учебный год  
7 класс  
Максимальный балл – 35**

1. Все клетки доски  $2 \times 25$  заполнили крестиками и ноликами. У каждого крестика ровно один сосед крестик, у каждого нолика ровно два соседа нолики. Приведите пример такой расстановки (соседями считаются знаки в клетках с общей стороной).

2. Серёжа решил начать правильно питаться и каждый день кушал на одну печенку с шоколадом меньше и на одну печенку без сахара больше, чем в предыдущий день. Всего за время правильного питания он съел 264 печенки с шоколадом и 187 печенок без сахара. Сколько дней Серёжа был на правильном питании?

3. Собрались как-то в замке 20 человек, 11 из них мудрецы, которые говорят только правду, а остальные 9 шуты, которые всегда лгут. Вокруг стола сели  $n \geq 3$  человек, каждый из которых заявил "Ровно один из двух моих соседей – шут". При каких  $n$  это возможно? (Необходимо найти все возможные  $n$  и объяснить почему другие быть не могут).

4. В наказание за плохие оценки родители отправили Васю к дедушке в деревню. Для воспитания своего внука Васи дедушка первым делом запретил ему пользоваться смартфоном и предложил поиграть в следующую игру. У Васи в распоряжении были колодец с водой и три ведра объёмами 3, 5 и 7 литров. Васе требуется с помощью этих вёдер отмерить 1 литр воды. Но есть небольшая загвоздка – после каждых двух переливаний, которые совершает Вася (наполнение ведра считается переливанием, выливание любого количества воды из ведра считается переливанием), дедушка обязательно выливает воду из одного ведра (из любого непустого ведра на свой выбор, если все ведра пустые, то ничего не делает). Если при таких условиях Вася сможет отмерить 1 литр воды, то дедушка отдаст ему смартфон. Сможет ли Вася выиграть в этой игре и получить свой смартфон, несмотря на проделки дедушки? (Как и во всех задачах – играх, предполагается, что обе стороны играют правильно).

5. Есть одна карточка с цифрой 5, две карточки с цифрой 3 и сто карточек с цифрой 2.

а) Сколькими способами можно составить из них *десятизначное* число, у которого произведение цифр оканчивается на 0?

б) Все такие числа выписали подряд по возрастанию. Какое число стоит на 455-м месте?