



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
19 НОЯБРЯ 2022 г. I тур 7 класс 1 вариант

1. Богатырь И. Муромец рубится с З. Горынычем, у которого 444 головы. Одним взмахом меча он может отсечь змею одну голову или сразу 10 голов (конечно, если их было не меньше 10). Однако, если после отсечения осталось чётное число голов, то число голов сразу же удваивается. Сможет ли богатырь отрубить З. Горынычу все его головы? Не забудьте обосновать свой ответ.

2. Каждый из 25 детей держит в руках табличку с ненулевым числом (возможно, отрицательным), все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое — самое большое), и Петя оказался *десятым* по счету. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Петя оказался *шестнадцатым*. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счету может оказаться Петя? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

3. Натуральное число N имеет больше 400 натуральных делителей (включая 1 и N). Все эти делители записали на доске. Саша стёр сто наибольших и сто наименьших из них. Среди оставшихся делителей оказалось поровну четных и нечетных. Докажите, что если бы вместо этого он стёр двести наибольших и двести наименьших делителей, среди оставшихся тоже оказалось бы поровну четных и нечетных.

4. В некоторых клетках доски 9×9 проведены диагонали (возможно, в некоторых клетках проведены сразу обе диагонали). Оказалось, что никакие четыре проведённые диагонали не имеют общего конца. Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ
КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
19 НОЯБРЯ 2022 г. I тур 7 класс 2 вариант

1. Геракл хочет победить Лернейскую Гидру, у которой 333 головы. Взмахом меча Геракл может отрубить Гидре одну голову или сразу 10 голов (конечно, если их было не меньше 10). Однако, если после отсечения осталось чётное число голов, то число голов сразу же удваивается. Сможет ли Геракл лишить Гидру всех голов? Не забудьте обосновать свой ответ.

2. Каждый из 19 детей держит в руках табличку с ненулевым числом (возможно, отрицательным), все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое — самое большое), и Вася оказался *восьмым* по счету. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Вася оказался *двенадцатым*. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счету может оказаться Вася? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

3. Натуральное число M имеет больше 800 натуральных делителей (включая 1 и M). Все эти делители записали на доске. Саша стёр двести наибольших и двести наименьших из них. Среди оставшихся делителей оказалось поровну четных и нечетных. Докажите, что если бы вместо этого он стёр четыреста наибольших и четыреста наименьших делителей, среди оставшихся тоже оказалось бы поровну четных и нечетных.

4. В некоторых клетках доски 11×11 проведены диагонали (возможно, в некоторых клетках проведены сразу обе диагонали). Оказалось, что никакие четыре проведённые диагонали не имеют общего конца. Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;

КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

ХОТИТЕ ЛИ ВЫ ЗАНИМАТЬСЯ В КРУЖКЕ МАТЕМАТИКИ?

А если уже занимаетесь — ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО ПРЕПОДАВАТЕЛЯ
КРУЖКА МАТЕМАТИКИ, МЕСТО ЗАНЯТИЙ.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru