

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике
2022–2023 учебный год
7 класс
Максимальный балл – 35

1. Все клетки доски 2×24 заполнили единицами и ноликами. У каждой единицы ровно один сосед единица, у каждого нолика ровно два соседа нолики. Приведите пример такой расстановки (соседями считаются знаки в клетках с общей стороной).
2. Матвей решил начать правильно питаться и каждый день кушал на одну булочку меньше и на одну грушу больше, чем в предыдущий день. Всего за время правильного питания он съел 264 булочки и 187 груш. Сколько дней Матвей был на правильном питании?
3. Собрались как-то в джунглях 20 зверей, 11 из них тигры, которые говорят только правду, а остальные 9 обезьяны, которые всегда лгут. Вокруг пня сели $n \geq 3$ зверей, каждый из которых заявил "Ровно один из двух моих соседей - обезьяна". При каких n это возможно? (Необходимо найти все возможные n и объяснить почему другие быть не могут).
4. Дима и Вася играют в следующую игру. У Васи в распоряжении кран с водой и три кастрюли объёмами 3, 5 и 7 литров. Васе требуется с помощью этих кастрюль отмерить 1 литр воды. Но есть небольшая загвоздка - после каждых двух переливаний, которые совершает Вася (наполнение кастрюли считается переливанием, выливание любого количества воды из кастрюли считается переливанием), Дима обязательно выливает воду из одной из кастрюль (из любой непустой кастрюли на свой выбор, если все кастрюли пустые, то ничего не делает). Если при таких условиях Вася сможет отмерить 1 литр воды, то он победил. Сможет ли Вася выиграть в этой игре, несмотря на действия Димы? (Как и во всех задачах играх предполагается, что обе стороны играют верно).
5. Есть один листочек с цифрой 5, два листочка с цифрой 3 и сто листочков с цифрой 2.
 - а) Сколькими способами можно составить из них десятизначное число, у которого произведение цифр оканчивается на 0?
 - б) Все такие числа выписали подряд по возрастанию. Какое число стоит на 455-м месте?