

7 класс

Задача 7.1.1. Пусть A, B, C, D, E, F, G, H — различные цифры от 0 до 7 — удовлетворяют равенству

$$\overline{ABC} + \overline{DE} = \overline{FGH}.$$

Найдите \overline{DE} , если $\overline{ABC} = 146$.

(Запись \overline{ABC} означает трёхзначное число, состоящее из цифр A, B, C , аналогично устроены числа \overline{FGH} и \overline{DE} .)

Вариант 7.1.2. Пусть a, b, c, d, e, f, g, h — различные цифры от 0 до 7 — удовлетворяют равенству

$$\overline{abc} + \overline{de} = \overline{fgh}.$$

Найдите \overline{DE} , если $\overline{ABC} = 147$.

(Запись \overline{ABC} означает трёхзначное число, состоящее из цифр A, B, C , аналогично устройству числа \overline{FGH} и \overline{DE} .)

Вариант 7.1.3. Пусть A, B, C, D, E, F, G, H — различные цифры от 0 до 7 — удовлетворяют равенству

$$\overline{ABC} + \overline{DE} = \overline{FGH}.$$

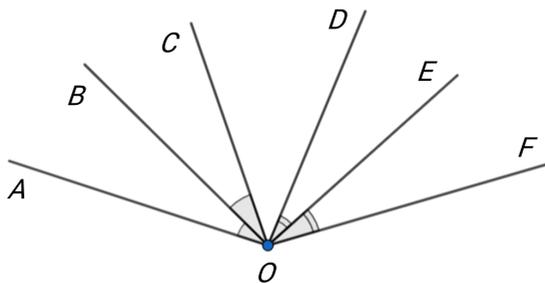
Найдите \overline{DE} , если $\overline{ABC} = 157$.

(Запись \overline{ABC} означает трёхзначное число, состоящее из цифр A, B, C , аналогично устройству числа \overline{FGH} и \overline{DE} .)

Задача 7.2.1. На рисунке изображены лучи OA, OB, OC, OD, OE, OF такие, что:

- OB — биссектриса угла AOC ;
- OE — биссектриса угла DOF ;
- $\angle AOF = 146^\circ$, $\angle COD = 42^\circ$.

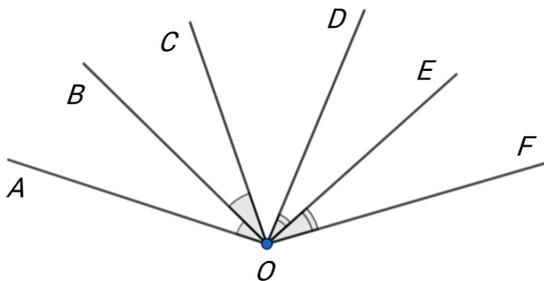
Сколько градусов составляет угол BOE ?



Вариант 7.2.2. На рисунке изображены лучи OA, OB, OC, OD, OE, OF такие, что:

- OB — биссектриса угла AOC ;
- OE — биссектриса угла DOF ;
- $\angle AOF = 142^\circ, \angle COD = 42^\circ$.

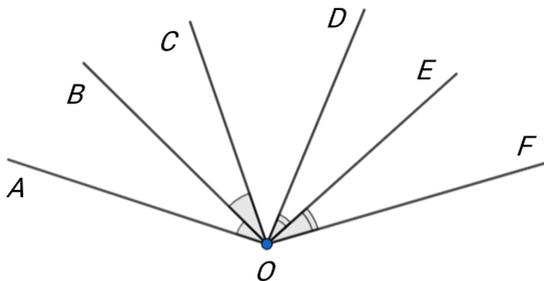
Сколько градусов составляет угол BOE ?



Вариант 7.2.3. На рисунке изображены лучи OA, OB, OC, OD, OE, OF такие, что:

- OB — биссектриса угла AOC ;
- OE — биссектриса угла DOF ;
- $\angle AOF = 148^\circ, \angle COD = 44^\circ$.

Сколько градусов составляет угол BOE ?

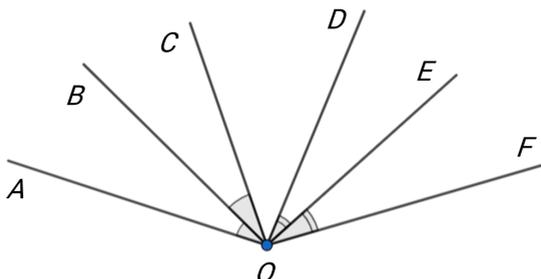


Вариант 7.2.4. На рисунке изображены лучи OA, OB, OC, OD, OE, OF такие, что:

- OB — биссектриса угла AOC ;

- OE — биссектриса угла DOF ;
- $\angle AOF = 148^\circ$, $\angle COD = 48^\circ$.

Сколько градусов составляет угол BOE ?



Задача 7.3.1. Петя вписал все натуральные числа от 1 до 16 в клетки таблицы 4×4 так, что любые два числа, отличающиеся на 1, оказались в соседних по стороне клетках. Затем он стёр некоторые числа. Выберите все картинки, которые могли получиться:

№1

			2
10			
	8		

№2

			14
			1
			7

№3

	1	16	
		9	

№4

10			1
		6	

№5

3			
			5
	11		

3			
			5
	11		

Если бы такая расстановка была возможна, то рядом с числом 4 стояли бы числа 3 и 5, но такое, очевидно, невозможно. Противоречие.

Вариант 7.3.2. Петя вписал все натуральные числа от 1 до 16 в клетки таблицы 4×4 так, что любые два числа, отличающиеся на 1, оказались в соседних по стороне клетках. Затем он стёр некоторые числа. Выберите все картинки, которые могли получиться:

№1

			3
11			
		5	

№2

7		1	14

№3

	10		
8			
			2

№4

		1	
	9	16	

№5

			10
	6		
			1

Вариант 7.3.3. Петя вписал все натуральные числа от 1 до 16 в клетки таблицы 4×4 так, что любые два числа, отличающиеся на 1, оказались в соседних по стороне клетках. Затем он стёр некоторые числа. Выберите все картинки, которые могли получиться:

№1	№2	№3																																																
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>14</td><td>1</td><td>7</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	14	1	7														<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>11</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		5									11		3				<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>6</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	1						6						10			
14	1	7																																																
	5																																																	
		11																																																
3																																																		
1																																																		
		6																																																
10																																																		
№4	№5																																																	
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>10</td><td></td></tr> </table>	2										8				10		<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						16	9			1																							
2																																																		
		8																																																
		10																																																
	16	9																																																
	1																																																	

Вариант 7.3.4. Петя написал все натуральные числа от 1 до 16 в клетки таблицы 4×4 так, что любые два числа, отличающиеся на 1, оказались в соседних по стороне клетках. Затем он стёр некоторые числа. Выберите все картинки, которые могли получиться:

№1	№2	№3																																																				
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>10</td></tr> </table>						6							1			10	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>9</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>16</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						9				16	1						<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>14</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	7												1				14			
	6																																																					
1			10																																																			
	9																																																					
	16	1																																																				
7																																																						
1																																																						
14																																																						
№4	№5																																																					
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td>11</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr> </table>			11										5							3	<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td></td><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>10</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			8					10					2																				
		11																																																				
5																																																						
			3																																																			
		8																																																				
			10																																																			
2																																																						

Задача 7.4.1. Братья Лёша и Саша решили добраться из дома до скейт-парка. Они вышли одновременно, но Лёша пошёл пешком со скейтом в руках, а Саша поехал на скейте. Известно, что Саша едет на скейте в 3 раза быстрее, чем Лёша идёт пешком со скейтом. Через некоторое время они одновременно поменяли способ передвижения: Лёша поехал на скейте, а Саша пошёл пешком. При этом скорость движения каждого из них изменилась в 2 раза: у Лёши увеличилась, а у Саши уменьшилась. Оказалось, что до скейт-парка они добрались одновременно. Сколько метров проехал на скейте Саша, если расстояние от дома до скейт-парка составляет 3300 метров?

Вариант 7.4.2. Братья Лёша и Саша решили добраться из дома до скейт-парка. Они вышли одновременно, но Лёша пошёл пешком со скейтом в руках, а Саша поехал на скейте. Известно, что Саша едет на скейте в 3 раза быстрее, чем Лёша идёт пешком со скейтом. Через некоторое время они одновременно поменяли способ передвижения: Лёша поехал на скейте, а Саша пошёл пешком. При этом скорость движения каждого из них изменилась в 2 раза: у Лёши увеличилась, а у Саши уменьшилась. Оказалось, что до скейт-парка они добрались одновременно. Сколько метров проехал на скейте Саша, если расстояние от дома до скейт-парка составляет 3600 метров?

Вариант 7.4.3. Братья Лёша и Саша решили добраться из дома до скейт-парка. Они вышли одновременно, но Лёша пошёл пешком со скейтом в руках, а Саша поехал на скейте. Известно, что Саша едет на скейте в 3 раза быстрее, чем Лёша идёт пешком со скейтом. Через некоторое время они одновременно поменяли способ передвижения: Лёша поехал на скейте, а Саша пошёл пешком. При этом скорость движения каждого из них изменилась в 2 раза: у Лёши увеличилась, а у Саши уменьшилась. Оказалось, что до скейт-парка они добрались одновременно. Сколько метров проехал на скейте Саша, если расстояние от дома до скейт-парка составляет 2700 метров?

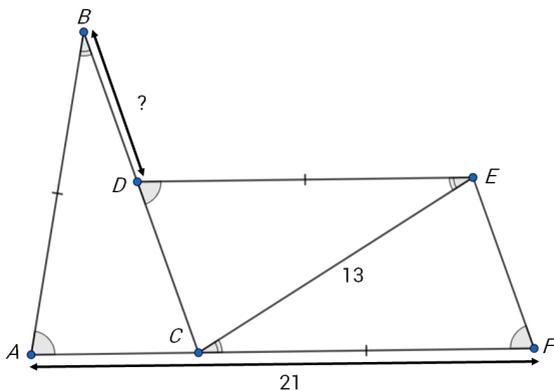
Вариант 7.4.4. Братья Лёша и Саша решили добраться из дома до скейт-парка. Они вышли одновременно, но Лёша пошёл пешком со скейтом в руках, а Саша поехал на скейте. Известно, что Саша едет на скейте в 3 раза быстрее, чем Лёша идёт пешком со скейтом. Через некоторое время они одновременно поменяли способ передвижения: Лёша поехал

на скейте, а Саша пошёл пешком. При этом скорость движения каждого из них изменилась в 2 раза: у Лёши увеличилась, а у Саши уменьшилась. Оказалось, что до скейт-парка они добрались одновременно. Сколько метров проехал на скейте Саша, если расстояние от дома до скейт-парка составляет 2400 метров?

Задача 7.5.1. Точки A, B, C, D, E, F на рисунке удовлетворяют следующим условиям:

- точки A, C, F лежат на одной прямой;
- $AB = DE = FC$;
- $\angle ABC = \angle DEC = \angle FCE$;
- $\angle BAC = \angle EDC = \angle CFE$;
- $AF = 21, CE = 13$.

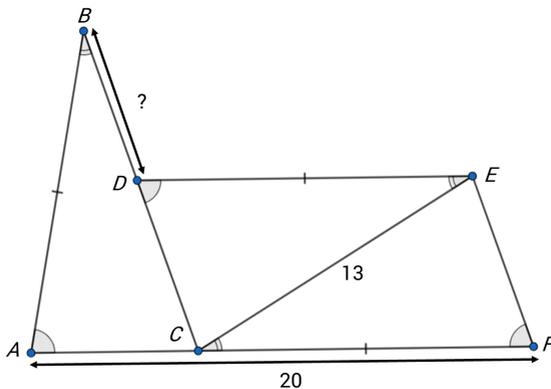
Найдите длину отрезка BD .



Вариант 7.5.2. Точки A, B, C, D, E, F на рисунке удовлетворяют следующим условиям:

- точки A, C, F лежат на одной прямой;
- $AB = DE = FC$;
- $\angle ABC = \angle DEC = \angle FCE$;
- $\angle BAC = \angle EDC = \angle CFE$;
- $AF = 20, CE = 13$.

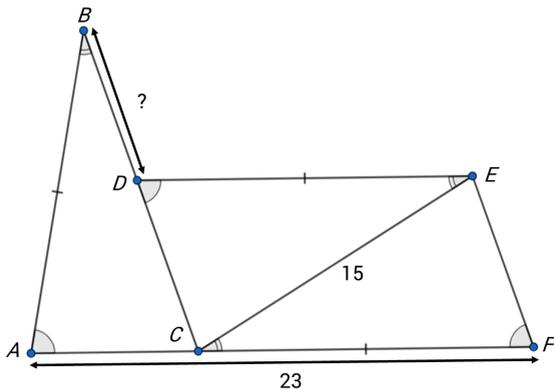
Найдите длину отрезка BD .



Точки A, B, C, D, E, F на рисунке удовлетворяют следующим условиям:

- точки A, C, F лежат на одной прямой;
- $AB = DE = FC$;
- $\angle ABC = \angle DEC = \angle FCE$;
- $\angle BAC = \angle EDC = \angle CFE$;
- $AF = 23, CE = 15$.

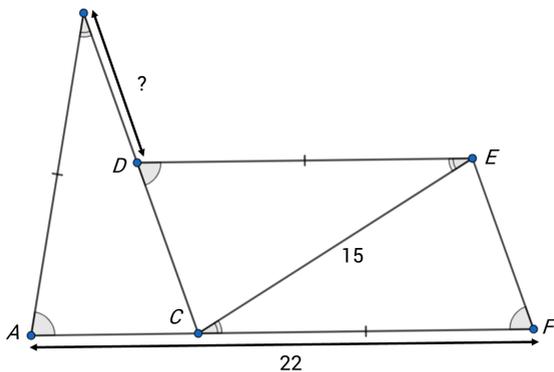
Найдите длину отрезка BD .



Вариант 7.5.4. Точки A, B, C, D, E, F на рисунке удовлетворяют следующим условиям:

- точки A, C, F лежат на одной прямой;
- $AB = DE = FC$;
- $\angle ABC = \angle DEC = \angle FCE$;
- $\angle BAC = \angle EDC = \angle CFE$;
- $AF = 22, CE = 15$.

Найдите длину отрезка BD .



Задача 7.6.1. В ряд стоит 10 коробок. В этих коробках лежат шарики двух цветов: красного и синего. В некоторых коробках все шарики могут быть одноцветными; пустых коробок

нет. Известно, что в каждой следующей коробке (в порядке слева направо) шариков не меньше, чем в предыдущей. Также известно, что нет двух коробок с одинаковым набором красных и синих шариков. Сколько синих и сколько красных шариков лежит в самой правой коробке, если суммарно во всех коробках 11 красных и 13 синих шариков?

Вариант 7.6.2. В ряд стоит n коробок. В этих коробках лежат шарики двух цветов: красного и синего. В некоторых коробках все шарики могут быть одноцветными; пустых коробок нет. Известно, что в каждой следующей коробке (в порядке слева направо) шариков не меньше, чем в предыдущей. Также известно, что нет двух коробок с одинаковым набором красных и синих шариков. Сколько синих и сколько красных шариков лежит в самой правой коробке, если суммарно во всех коробках 10 красных и 14 синих шариков?

Вариант 7.6.3. В ряд стоит n коробок. В этих коробках лежат шарики двух цветов: красного и синего. В некоторых коробках все шарики могут быть одноцветными; пустых коробок нет. Известно, что в каждой следующей коробке (в порядке слева направо) шариков не меньше, чем в предыдущей. Также известно, что нет двух коробок с одинаковым набором красных и синих шариков. Сколько синих и сколько красных шариков лежит в самой правой коробке, если суммарно во всех коробках 13 красных и 11 синих шариков?

Вариант 7.6.4. В ряд стоит 10 коробок. В этих коробках лежат шарики двух цветов: красного и синего. В некоторых коробках все шарики могут быть одноцветными; пустых коробок нет. Известно, что в каждой следующей коробке (в порядке слева направо) шариков не меньше, чем в предыдущей. Также известно, что нет двух коробок с одинаковым набором красных и синих шариков. Сколько синих и сколько красных шариков лежит в самой правой коробке, если суммарно во всех коробках 14 красных и 10 синих шариков?

Задача 7.7.1. Семизначное натуральное число N назовём *интересным*, если:

- оно состоит из ненулевых цифр;
- оно делится на 4;
- любое число, получаемое из числа N с помощью перестановки цифр, делится на 4.

Сколько существует интересных чисел?

Вариант 7.7.2. Восьмизначное натуральное число назовём *интересным*, если:

- оно состоит из ненулевых цифр;
- оно делится на 4;
- любое число, получаемое из числа N с помощью перестановки цифр, делится на 4.

Сколько существует интересных чисел?

Вариант 7.7.3. Девятизначное натуральное число N назовём *интересным*, если:

- оно состоит из ненулевых цифр;
- оно делится на 4;
- любое число, получаемое из числа N с помощью перестановки цифр, делится на 4.

Сколько существует интересных чисел?

Задача 7.8.1. Действительные числа a, b, c таковы, что

$$\begin{cases} \frac{ab}{a+b} = 2, \\ \frac{bc}{b+c} = 5, \\ \frac{ca}{c+a} = 9. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $\frac{abc}{ab + bc + ca}$.

Найдите значение выражения $\frac{abc}{ab + bc + ca}$.

Вариант 7.8.2. Действительные числа a, b, c таковы, что

$$\begin{cases} \frac{ab}{a+b} = 3, \\ \frac{bc}{b+c} = 5, \\ \frac{ca}{c+a} = 8. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $\frac{abc}{ab + bc + ca}$.

Вариант 7.8.3. Действительные числа a, b, c таковы, что

$$\begin{cases} \frac{ab}{a+b} = 2, \\ \frac{bc}{b+c} = 5, \\ \frac{ca}{c+a} = 7. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $\frac{abc}{ab + bc + ca}$.

Вариант 7.8.4. Действительные числа a, b, c таковы, что

$$\begin{cases} \frac{ab}{a+b} = 4, \\ \frac{bc}{b+c} = 5, \\ \frac{ca}{c+a} = 7. \end{cases}$$

Найдите значение выражения $\frac{abc}{ab + bc + ca}$.