



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
19 НОЯБРЯ 2022 г. I тур 8 класс 1 вариант

1. На столе стоят 10 гирь разного веса. Известно, что сумма весов пяти самых лёгких гирь равна половине суммы весов остальных. Докажите, что сумма весов шести самых лёгких гирь меньше суммы весов остальных.

2. Каждый из 25 детей держит в руках табличку с ненулевым числом (возможно, отрицательным), все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое — самое большое), и Петя оказался *десятым* по счету. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Петя оказался *шестнадцатым*. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счету может оказаться Петя? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

3. Внутри угла ABC отмечена точка D . Известно, что $AB = 2$, $CD = 3$, $BC = 4$, $\angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$. Точка E — середина отрезка BD . Найдите AE .

4. В некоторых клетках доски 2023×2023 проведены диагонали (возможно, в некоторых клетках проведены сразу обе диагонали). Оказалось, что никакие четыре проведённые диагонали не имеют общего конца. Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?

5. Натуральное число N имеет больше 1200 натуральных делителей (включая 1 и N). Все эти делители записали на доске. Саша стёр 300 наибольших и 300 наименьших из них. Среди оставшихся делителей оказалось поровну четных и нечетных. Докажите, что среди всех делителей тоже поровну четных и нечетных.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
19 НОЯБРЯ 2022 г. I тур 8 класс 2 вариант

1. На столе стоят 11 гирь разного веса. Известно, что сумма весов пяти самых тяжёлых гирь равна удвоенной сумме весов остальных. Докажите, что сумма весов четырёх самых тяжёлых гирь больше суммы весов остальных.

2. Каждый из 19 детей держит в руках табличку с ненулевым числом (возможно, отрицательным), все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое — самое большое), и Вася оказался *восьмым* по счету. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Вася оказался *двенадцатым*. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счету может оказаться Вася? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

3. Внутри угла XYZ отмечена точка U . Известно, что $XU = 4$, $XU = 1$, $YZ = 8$, $\angle UXU = \angle XYZ = 60^\circ$. Точка T на луче YU такова, что $YU = UT$. Найдите TZ .

4. В некоторых клетках доски 1703×1703 проведены диагонали (возможно, в некоторых клетках проведены сразу обе диагонали). Оказалось, что никакие четыре проведённые диагонали не имеют общего конца. Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?

5. Натуральное число M имеет больше 600 натуральных делителей (включая 1 и M). Все эти делители записали на доске. Саша стёр 150 наибольших и 150 наименьших из них. Среди оставшихся делителей оказалось поровну четных и нечетных. Докажите, что среди всех делителей тоже поровну четных и нечетных.

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите БОЛЬШИМИ ПЕЧАТНЫМИ буквами:

ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН;
КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ;

ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние.

Списки прошедших на городской тур будут опубликованы на сайтах

www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru